





# Matematika v ekonomii a ekonomice



***Upozornění pro čtenáře a uživatele této knihy***

*Všechna práva vyhrazena. Žádná část této tištěné či elektronické knihy nesmí být reprodukována a šířena v papírové, elektronické či jiné podobě bez předchozího písemného souhlasu nakladatele. Neoprávněné užití této knihy bude **restně stíháno**.*

**RNDr. Luboš Bauer, CSc.**

**Hana Lipovská**

**doc. RNDr. Miloslav Mikulík, CSc.**

**Ing. Vít Mikulík**

## **Matematika v ekonomii a ekonomice**

---

TIRÁŽ TIŠTĚNÉ PUBLIKACE:

Kniha je monografie

Vydala Grada Publishing, a.s.

U Průhonu 22, 170 00 Praha 7

tel.: +420 234 264 401, fax: +420 234 264 400

[www.grada.cz](http://www.grada.cz)

jako svou 5755. publikaci

Odborná recenze:

prof. RNDr. Ivanka Horová, CSc.

Vydání odborné knihy schválila Vědecká redakce nakladatelství Grada Publishing, a.s.

Odpovědný redaktor Petr Somogyi

Grafická úprava a sazba Mgr. David Hampel, Ph.D.

Počet stran 352

První vydání, Praha 2015

Vytiskly Tiskárny Havlíčkův Brod, a.s.

© Grada Publishing, a.s., 2015

Cover Photo © fotobanka allphoto

**ISBN 978-80-247-4419-3**

---

ELEKTRONICKÁ PUBLIKACE:

**ISBN 978-80-247-9651-2 (ve formátu PDF)**

# Obsah

|                                                                   |           |
|-------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Seznam obrázků</b>                                             | <b>9</b>  |
| <b>Seznam tabulek</b>                                             | <b>13</b> |
| <b>O autorech</b>                                                 | <b>15</b> |
| <b>Úvodní slovo recenzenta</b>                                    | <b>17</b> |
| <b>Předmluva</b>                                                  | <b>19</b> |
| <b>1 Připomenutí základních znalostí z matematiky</b>             | <b>21</b> |
| 1.1 Množina . . . . .                                             | 21        |
| 1.1.1 Množinové operace . . . . .                                 | 23        |
| 1.1.2 Řešené příklady a aplikace . . . . .                        | 26        |
| 1.2 Výrokový počet . . . . .                                      | 28        |
| 1.2.1 Kvantifikátory . . . . .                                    | 30        |
| 1.2.2 Řešené příklady a aplikace . . . . .                        | 31        |
| 1.3 Poznámky k výstavbě matematiky . . . . .                      | 32        |
| 1.4 Úlohy k procvičení . . . . .                                  | 34        |
| <b>2 Čísla</b>                                                    | <b>35</b> |
| 2.1 Zavedení reálných čísel . . . . .                             | 35        |
| 2.2 Množiny reálných čísel . . . . .                              | 39        |
| 2.2.1 Další vlastnosti reálných čísel . . . . .                   | 40        |
| 2.2.2 Zavedení racionálních operací s nevlastními čísly . . . . . | 41        |
| 2.2.3 Zavedení pojmu interval . . . . .                           | 41        |
| 2.2.4 Nerovnice v oboru reálných čísel . . . . .                  | 43        |
| 2.2.5 Zavedení absolutní hodnoty reálného čísla . . . . .         | 43        |
| 2.2.6 Mocniny a odmocniny reálných čísel . . . . .                | 45        |
| 2.3 Komplexní čísla . . . . .                                     | 49        |
| 2.4 Připomenutí důležitých vzorců pro počítání s čísly . . . . .  | 51        |
| 2.5 Řešené příklady a aplikace . . . . .                          | 53        |

|          |                                                                                 |            |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>3</b> | <b>Maticová algebra</b>                                                         | <b>63</b>  |
| 3.1      | Matice . . . . .                                                                | 63         |
| 3.2      | Zvláštní typy matic . . . . .                                                   | 66         |
| 3.3      | Základní operace s maticemi . . . . .                                           | 68         |
| 3.4      | Úlohy k procvičení . . . . .                                                    | 75         |
| 3.5      | Soustavy lineárních rovnic . . . . .                                            | 75         |
| 3.5.1    | Soustava $m$ lineárních rovnic o $n$ neznámých . . . . .                        | 76         |
| 3.6      | Eliminační metody řešení systému lineárních rovnic . . . . .                    | 81         |
| 3.7      | Elementární úpravy matic . . . . .                                              | 82         |
| 3.8      | Ekvivalentní matice . . . . .                                                   | 83         |
| 3.9      | Gaussova eliminační metoda . . . . .                                            | 83         |
| 3.10     | Jordanův algoritmus . . . . .                                                   | 84         |
| 3.11     | Matice inverzní ke čtvercové matici . . . . .                                   | 86         |
| 3.12     | Determinanty . . . . .                                                          | 88         |
| 3.13     | Výpočet determinantu rozvojem podle libovolného řádku<br>nebo sloupce . . . . . | 92         |
| 3.13.1   | Vztah mezi $ \mathbf{A} $ a $ \mathbf{A}^T $ . . . . .                          | 93         |
| 3.14     | Výpočet hodnoty determinantu z horní trojúhelníkové<br>matice . . . . .         | 95         |
| 3.15     | Použití determinantů . . . . .                                                  | 95         |
| 3.16     | Přímý výpočet inverzní matice pomocí determinantů . . . . .                     | 97         |
| 3.17     | Řešené příklady a aplikace . . . . .                                            | 98         |
| 3.18     | Úlohy k procvičení . . . . .                                                    | 105        |
| <b>4</b> | <b>Číselné posloupnosti a číselné řady</b>                                      | <b>107</b> |
| 4.1      | Co je to posloupnost . . . . .                                                  | 107        |
| 4.2      | Aritmetická a geometrická posloupnost . . . . .                                 | 109        |
| 4.3      | Limita posloupnosti . . . . .                                                   | 115        |
| 4.4      | Vlastnosti posloupností reálných čísel . . . . .                                | 118        |
| 4.5      | Nekonečné číselné řady . . . . .                                                | 123        |
| 4.6      | Aplikace posloupností . . . . .                                                 | 127        |
| 4.7      | Řešené příklady a aplikace . . . . .                                            | 136        |
| 4.8      | Úlohy k procvičení . . . . .                                                    | 139        |
| <b>5</b> | <b>Zobrazení a funkce</b>                                                       | <b>141</b> |
| 5.1      | Základní pojmy . . . . .                                                        | 141        |
| 5.2      | Vlastnosti funkcí . . . . .                                                     | 145        |
| 5.3      | Limita a spojitost funkce jedné proměnné . . . . .                              | 149        |
| 5.3.1    | Úvodní poznámky k zavedení limity reálné funkce jedné proměnné . . . . .        | 149        |
| 5.3.2    | Definice limity funkce v daném bodě . . . . .                                   | 150        |
| 5.3.3    | Spojitost funkce v bodě . . . . .                                               | 154        |
| 5.3.4    | Inverzní zobrazení . . . . .                                                    | 156        |
| 5.4      | Elementární funkce . . . . .                                                    | 157        |
| 5.4.1    | Polynom . . . . .                                                               | 157        |
| 5.4.2    | Racionální lomená funkce . . . . .                                              | 163        |
| 5.4.3    | Funkce $\sqrt[n]{x}$ . . . . .                                                  | 165        |

|          |                                                                                        |            |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 5.4.4    | Exponenciální funkce a logaritmus . . . . .                                            | 165        |
| 5.4.5    | Trigonometrické a cyklometrické funkce . . . . .                                       | 167        |
| 5.4.6    | Složená funkce . . . . .                                                               | 173        |
| 5.5      | Úlohy k procvičení . . . . .                                                           | 175        |
| <b>6</b> | <b>Diferenciální počet funkcí jedné proměnné</b>                                       | <b>177</b> |
| 6.1      | Zavedení pojmu derivace funkce . . . . .                                               | 177        |
| 6.2      | Derivace složených funkcí . . . . .                                                    | 184        |
| 6.3      | Derivace vyšších řádů . . . . .                                                        | 187        |
| 6.4      | Derivace funkce $f(x)^{g(x)}$ . . . . .                                                | 187        |
| 6.5      | L'Hospitalovo pravidlo . . . . .                                                       | 188        |
| 6.6      | Funkce spojité na intervalu . . . . .                                                  | 190        |
| 6.7      | Věty o funkcích spojitých na intervalu $\langle a, b \rangle$ . . . . .                | 192        |
| 6.8      | Funkce monotónní na intervalu a lokální extrém                                         | 194        |
| 6.9      | Globální extrém . . . . .                                                              | 199        |
| 6.10     | Konvexnost a konkávnost funkce . . . . .                                               | 200        |
| 6.11     | Průběh funkce . . . . .                                                                | 206        |
| 6.12     | Diferenciál a Taylorova věta . . . . .                                                 | 212        |
| 6.13     | Řešené příklady a aplikace . . . . .                                                   | 215        |
| 6.14     | Úlohy k procvičení . . . . .                                                           | 225        |
| <b>7</b> | <b>Neurčitý integrál</b>                                                               | <b>231</b> |
| 7.1      | Primitivní funkce . . . . .                                                            | 231        |
| 7.2      | Metoda per partes (po částech) . . . . .                                               | 236        |
| 7.3      | Výpočet neurčitého integrálu substitucí . . . . .                                      | 238        |
| 7.3.1    | Racionální lomená funkce a její rozklad . . . . .                                      | 244        |
| 7.3.2    | Rozklad reálné ryze lomené racionální funkce na součet<br>parciálních zlomků . . . . . | 245        |
| 7.3.3    | Integrace racionální lomené funkce . . . . .                                           | 248        |
| 7.3.4    | Integrace některých významných tříd funkcí . . . . .                                   | 255        |
| 7.4      | Úlohy k procvičení . . . . .                                                           | 259        |
| <b>8</b> | <b>Určitý integrál</b>                                                                 | <b>261</b> |
| 8.1      | Zavedení Riemannova integrálu . . . . .                                                | 262        |
| 8.2      | Vlastnosti Riemannova integrálu . . . . .                                              | 265        |
| 8.3      | Existence Riemannova integrálu . . . . .                                               | 266        |
| 8.4      | Výpočet Riemannova integrálu . . . . .                                                 | 267        |
| 8.4.1    | Metoda per partes a substituční metoda pro výpočet určitého integrálu                  | 268        |
| 8.5      | Nevlastní integrály . . . . .                                                          | 272        |
| 8.5.1    | Integrál $\int_a^{\infty} f(x) dx$ . . . . .                                           | 272        |
| 8.5.2    | Integrál $\int_{-\infty}^b f(x) dx$ . . . . .                                          | 274        |
| 8.5.3    | Integrál $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ . . . . .                                   | 275        |
| 8.6      | Nevlastní integrály vzhledem k funkci . . . . .                                        | 275        |

|                        |                                                               |            |
|------------------------|---------------------------------------------------------------|------------|
| 8.7                    | Numerický výpočet určitého integrálu . . . . .                | 277        |
| 8.7.1                  | Obdélníková metoda výpočtu $\int_a^b f(x) dx$ . . . . .       | 278        |
| 8.7.2                  | Lichoběžníková metoda na výpočtu $\int_a^b f(x) dx$ . . . . . | 278        |
| 8.7.3                  | Simpsonova metoda výpočtu $\int_a^b f(x) dx$ . . . . .        | 279        |
| 8.8                    | Řešené příklady a aplikace . . . . .                          | 281        |
| 8.9                    | Úlohy k procvičení . . . . .                                  | 289        |
| <b>9</b>               | <b>Funkce více proměnných</b>                                 | <b>294</b> |
| 9.1                    | Parciální derivace . . . . .                                  | 301        |
| 9.2                    | Extrémy funkcí více proměnných . . . . .                      | 304        |
| <b>10</b>              | <b>Vícerozměrné integrály</b>                                 | <b>310</b> |
| 10.1                   | Substituční metoda pro výpočet dvojného integrálu . . . . .   | 318        |
| 10.1.1                 | Substituční metoda pro dvojný integrál . . . . .              | 318        |
| <b>11</b>              | <b>Kombinatorika</b>                                          | <b>324</b> |
| 11.1                   | Dvě kombinatorická pravidla . . . . .                         | 324        |
| 11.1.1                 | Pravidlo součinu . . . . .                                    | 324        |
| 11.1.2                 | Pravidlo součtu . . . . .                                     | 326        |
| 11.2                   | Permutace bez opakování . . . . .                             | 326        |
| 11.3                   | Variace bez opakování . . . . .                               | 330        |
| 11.4                   | Kombinace bez opakování . . . . .                             | 332        |
| 11.5                   | Variace s opakováním . . . . .                                | 336        |
| 11.6                   | Permutace s opakováním . . . . .                              | 337        |
| 11.7                   | Kombinace s opakováním . . . . .                              | 339        |
| 11.8                   | Úlohy k procvičení . . . . .                                  | 340        |
| <b>Literatura</b>      |                                                               | <b>342</b> |
| <b>Glosář</b>          |                                                               | <b>345</b> |
| <b>Použité zkratky</b> |                                                               | <b>350</b> |
| <b>Summary</b>         |                                                               | <b>352</b> |



# Seznam obrázků

|      |                                                                                                         |     |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1.1  | Znázornění množiny $M$ . . . . .                                                                        | 23  |
| 1.2  | Znázornění množiny $M$ a jejích prvků . . . . .                                                         | 24  |
| 1.3  | Znázornění komplementu množiny $A$ . . . . .                                                            | 24  |
| 1.4  | Znázornění množiny $A - B$ . . . . .                                                                    | 24  |
| 1.5  | Znázornění sjednocení $A \cup B$ . . . . .                                                              | 25  |
| 1.6  | Znázornění průniku $A \cap B$ . . . . .                                                                 | 25  |
| 1.7  | Vennův diagram . . . . .                                                                                | 27  |
| 1.8  | Vennův diagram . . . . .                                                                                | 28  |
| 2.1  | Číselná osa . . . . .                                                                                   | 38  |
| 2.2  | Intervaly . . . . .                                                                                     | 42  |
| 2.3  | K poznámce 2 . . . . .                                                                                  | 44  |
| 2.4  | Komplexně sdružená čísla . . . . .                                                                      | 50  |
| 2.5  | Rozdělení komplexních čísel . . . . .                                                                   | 52  |
| 3.1  | Násobení matic . . . . .                                                                                | 70  |
| 3.2  | Výpočet determinantu matice 2. řádu . . . . .                                                           | 89  |
| 3.3  | Výpočet matice $S_1$ (první část determinantu matice 3. řádu) . . . . .                                 | 90  |
| 3.4  | Výpočet matice $S_2$ (druhá část determinantu matice 3. řádu, kterou od první části odečteme) . . . . . | 91  |
| 3.5  | Výpočet determinantu matice 3. řádu s přidáním prvních dvou řádků . . . . .                             | 91  |
| 4.1  | Body reprezentující členy posloupnosti . . . . .                                                        | 108 |
| 4.2  | Znázornění posloupnosti . . . . .                                                                       | 108 |
| 4.3  | Znázornění vkladů . . . . .                                                                             | 110 |
| 4.4  | Znázornění vkladů . . . . .                                                                             | 112 |
| 4.5  | Ilustrace řešení pomocí Excelu . . . . .                                                                | 114 |
| 4.6  | Ilustrace řešení pomocí Excelu – inflace vyjádřená v procentech je 2,596 % . . . . .                    | 114 |
| 4.7  | První členy posloupnosti $\{1/n\}$ . . . . .                                                            | 115 |
| 4.8  | Ilustrace k řešení příkladu pomocí Excelu . . . . .                                                     | 122 |
| 4.9  | Ilustrace k řešení pomocí Excelu . . . . .                                                              | 131 |
| 4.10 | Ilustrace k řešení pomocí Excelu . . . . .                                                              | 131 |
| 4.11 | Ilustrace k řešení pomocí Excelu . . . . .                                                              | 132 |
| 4.12 | Ilustrace k řešení pomocí Excelu . . . . .                                                              | 132 |
| 4.13 | Ilustrace k řešení pomocí Excelu . . . . .                                                              | 133 |

|      |                                                                                                                             |     |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.14 | Ilustrace k řešení pomocí Excelu . . . . .                                                                                  | 133 |
| 5.1  | Zobrazení $F$ množiny $A$ do $B$ . . . . .                                                                                  | 142 |
| 5.2  | Souřadnice bodu . . . . .                                                                                                   | 144 |
| 5.3  | Graf paraboly $y = x^2$ . . . . .                                                                                           | 145 |
| 5.4  | Graf závislosti podílu seniorů na populaci v jednotlivých letech . . . . .                                                  | 146 |
| 5.5  | Graf závislosti počtu prodaných koloběžek v jednotlivých dnech . . . . .                                                    | 147 |
| 5.6  | Graf funkce $y = \frac{1}{x}$ . . . . .                                                                                     | 150 |
| 5.7  | $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \alpha$ . . . . .                                                                           | 151 |
| 5.8  | $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \infty$ . . . . .                                                                           | 152 |
| 5.9  | $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \alpha$ . . . . .                                                                       | 152 |
| 5.10 | $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ . . . . .                                                                       | 153 |
| 5.11 | Znaménko funkce $f(x) = x^2 - 5x + 6$ . . . . .                                                                             | 156 |
| 5.12 | Zobrazení $f$ množiny $A$ do $B$ a zobrazení $f^{-1}$ množiny $B$ do $A$ . . . . .                                          | 157 |
| 5.13 | Zobrazení $f$ množiny $A$ do $B$ a zobrazení k němu inverzní . . . . .                                                      | 157 |
| 5.14 | Graf lineární funkce . . . . .                                                                                              | 160 |
| 5.15 | Kořeny polynomu 2. stupně . . . . .                                                                                         | 163 |
| 5.16 | Vlevo graf funkce $y = x^2$ a $y = \sqrt{x}$ , vpravo graf funkce $y = x^3$ a $y = \sqrt[3]{x}$<br>pro $x \geq 0$ . . . . . | 165 |
| 5.17 | Graf funkce $a^x$ a $\log_a x$ pro $a > 1$ . . . . .                                                                        | 166 |
| 5.18 | Graf funkce $a^x$ a $\log_a x$ pro $0 < a < 1$ . . . . .                                                                    | 167 |
| 5.19 | Úhel v obloukové míře . . . . .                                                                                             | 168 |
| 5.20 | Vztah mezi velikostí úhlu ve stupních a v obloukové míře . . . . .                                                          | 168 |
| 5.21 | Zavedení funkcí $\sin x$ , $\cos x$ , $\operatorname{tg} x$ a $\operatorname{ctg} x$ . . . . .                              | 170 |
| 5.22 | Graf funkce $\sin x$ . . . . .                                                                                              | 170 |
| 5.23 | Graf funkce $\cos x$ . . . . .                                                                                              | 171 |
| 5.24 | Graf funkce $\operatorname{tg} x$ . . . . .                                                                                 | 172 |
| 5.25 | Graf funkce $\operatorname{ctg} x$ . . . . .                                                                                | 172 |
| 5.26 | Graf funkce $\arcsin x$ . . . . .                                                                                           | 173 |
| 5.27 | Graf funkce $\arccos x$ . . . . .                                                                                           | 173 |
| 5.28 | Složené zobrazení . . . . .                                                                                                 | 174 |
| 6.1  | Tečna ke grafu funkce $y = f(x)$ v bodě $T[a, f(a)]$ . . . . .                                                              | 178 |
| 6.2  | Funkce s lokálním maximem v bodech $a$ a $b$ a lokálním minimem v bodě $c$ . . . . .                                        | 191 |
| 6.3  | Absolutní extrémy na $\langle a, b \rangle$ . . . . .                                                                       | 191 |
| 6.4  | Porušení předpokladů věty 6.6.1 . . . . .                                                                                   | 192 |
| 6.5  | Derivace – směrnice tečny ( $f'(a) > 0$ ) . . . . .                                                                         | 192 |
| 6.6  | Derivace jako směrnice tečny ( $f'(a) < 0$ ) . . . . .                                                                      | 193 |
| 6.7  | Interpretace věty 6.7.1 . . . . .                                                                                           | 193 |
| 6.8  | Monotónnost funkce $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 5$ . . . . .                                                                | 195 |
| 6.9  | $f(x)$ má v $x_0$ derivaci . . . . .                                                                                        | 195 |
| 6.10 | $f(x)$ nemá v $x_0$ derivaci . . . . .                                                                                      | 196 |
| 6.11 | Tvar plechu na krabici . . . . .                                                                                            | 200 |
| 6.12 | Zavedení funkce $\Phi(x)$ v bodě $a$ . . . . .                                                                              | 201 |
| 6.13 | Funkce $f(x)$ má v bodě $T[a, f(a)]$ inflexní bod . . . . .                                                                 | 201 |
| 6.14 | Funkce ryze konvexní na intervalu $I$ . . . . .                                                                             | 203 |

|      |                                                                                    |     |
|------|------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.15 | Funkce ryze konkávní na intervalu $I$ . . . . .                                    | 204 |
| 6.16 | Funkce konvexní na intervalu $I$ . . . . .                                         | 204 |
| 6.17 | Funkce konkávní na intervalu $I$ . . . . .                                         | 205 |
| 6.18 | Konkávnost, konvexnost a inflexní bod funkce $f(x) = x^3 - 6x^2 + x$ . . . . .     | 205 |
| 6.19 | Konvexnost funkce $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 + 12x + 1$ . . . . .                   | 206 |
| 6.20 | Konkávnost, konvexnost a inflexní bod funkce $f(x) = \frac{1}{x} \ln x$ . . . . .  | 206 |
| 6.21 | Asymptoty bez směrnice $-x = \frac{1}{2}$ . . . . .                                | 207 |
| 6.22 | Asymptota se směrnicí v bodě $\infty$ . . . . .                                    | 207 |
| 6.23 | Náčrtek grafu funkce $\frac{2x+1}{x(x+1)}$ . . . . .                               | 211 |
| 6.24 | Prodej zboží . . . . .                                                             | 211 |
| 6.25 | Význam diferenciálu . . . . .                                                      | 212 |
| 6.26 | Lineární poptávková funkce, $P = aQ + b$ . . . . .                                 | 215 |
| 6.27 | Dokonale neelastická poptávka . . . . .                                            | 216 |
| 6.28 | Dokonale elastická poptávka . . . . .                                              | 216 |
| 6.29 | Lokální minimum funkce $TC$ v bodě $Q = 420$ . . . . .                             | 219 |
| 8.1  | Význam $s(f, D_5)$ . . . . .                                                       | 262 |
| 8.2  | Význam $S(f, D_5)$ . . . . .                                                       | 263 |
| 8.3  | Význam $\int_a^b f(x) dx$ , $f(x) \geq 0$ , $x \in \langle a, b \rangle$ . . . . . | 265 |
| 8.4  | Funkce po částech spojitá . . . . .                                                | 266 |
| 8.5  | Definice nevlastního integrálu $\int_a^\infty f(x) dx$ . . . . .                   | 273 |
| 8.6  | Aproximace $f(x)$ polynomem $P_3^i(x)$ . . . . .                                   | 280 |
| 8.7  | Graf rozložení bohatství v populaci . . . . .                                      | 286 |
| 8.8  | Výpočet Giniho koeficientu . . . . .                                               | 286 |
| 9.1  | Průměty bodů . . . . .                                                             | 295 |
| 9.2  | Vrstevnice funkce $z = x^2 + y^2$ o úrovních 1 a 4 . . . . .                       | 295 |
| 9.3  | Vzdálenost bodů v $\mathbb{R}^2$ a Pythagorova věta . . . . .                      | 296 |
| 9.4  | Okolí $U_\delta(A) = \{X \in \mathbb{R}^n : \varrho(A, X) \leq \delta\}$ . . . . . | 296 |
| 9.5  | Množina $M$ . . . . .                                                              | 297 |
| 9.6  | Hromadný bod $Y$ . . . . .                                                         | 297 |
| 9.7  | Limita funkce v bodě $A$ . . . . .                                                 | 300 |
| 9.8  | Nevlastní limita v bodě $A$ . . . . .                                              | 301 |
| 9.9  | Geometrický význam parciálních derivací . . . . .                                  | 302 |
| 9.10 | Extrémy funkcí více proměnných . . . . .                                           | 304 |
| 9.11 | Uzavřená oblast . . . . .                                                          | 308 |
| 10.1 | Dílek $D_{i,j}$ obdélníku $D$ . . . . .                                            | 310 |
| 10.2 | Kvádr s podstavou $D_{i,j}$ a výškou $h_{i,j}$ . . . . .                           | 311 |
| 10.3 | Součet objemů kvádrů . . . . .                                                     | 311 |
| 10.4 | Uzavřená oblast $\omega$ . . . . .                                                 | 312 |
| 10.5 | Normální uzavřená oblast vzhledem k ose $x$ . . . . .                              | 313 |
| 10.6 | Normální uzavřená oblast vzhledem k ose $y$ . . . . .                              | 314 |
| 10.7 | Oblast $D$ . . . . .                                                               | 314 |

|       |                                                                           |     |
|-------|---------------------------------------------------------------------------|-----|
| 10.8  | Oblast $D$ . . . . .                                                      | 315 |
| 10.9  | Oblast $D$ . . . . .                                                      | 316 |
| 10.10 | Obdélníkový průřez . . . . .                                              | 317 |
| 10.11 | Oblast $D$ . . . . .                                                      | 317 |
| 10.12 | Regulární oblast $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$ . . . . .              | 318 |
| 10.13 | Polární souřadnice . . . . .                                              | 319 |
| 10.14 | Ilustrace k příkladu 288: vlevo oblast $A$ , napravo oblast $B$ . . . . . | 320 |
| 10.15 | Oblast $A$ . . . . .                                                      | 321 |
| 10.16 | Oblast $A_t$ (vlevo) a oblast $B_t$ (vpravo) . . . . .                    | 322 |
| 10.17 | Oblast $A$ . . . . .                                                      | 322 |
| 10.18 | Oblast $A_n$ . . . . .                                                    | 323 |
| 11.1  | Schéma rozhodování při objednávce . . . . .                               | 325 |
| 11.2  | Do libovolné buňky napíšeme vzorec permutace(n;r) . . . . .               | 328 |
| 11.3  | Výsledek je uveden ve formě vědeckého zápisu . . . . .                    | 328 |
| 11.4  | Úprava formátu . . . . .                                                  | 328 |
| 11.5  | Výsledek permutace . . . . .                                              | 329 |
| 11.6  | Schéma zasedacího pořádku . . . . .                                       | 330 |

# Seznam tabulek

|      |                                                                            |     |
|------|----------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1.1  | Tabulka pravdivostních hodnot . . . . .                                    | 29  |
| 3.1  | Ukazatele z Výběrového šetření pracovních sil (2011) . . . . .             | 63  |
| 3.2  | Inflace [%] . . . . .                                                      | 68  |
| 3.3  | Nezaměstnanost [%] . . . . .                                               | 68  |
| 5.1  | Vztah mezi velikostmi úhlů ve stupních a v radiánech . . . . .             | 168 |
| 6.1  | Derivace elementárních funkcí . . . . .                                    | 181 |
| 7.1  | Tabulka význačných neurčitých integrálů . . . . .                          | 234 |
| 8.1  | Rozložení bohatství mezi dětmi . . . . .                                   | 285 |
| 11.1 | Výpis všech uspořádaných trojic . . . . .                                  | 332 |
| 11.2 | Uspořádané trojice bez opakování . . . . .                                 | 333 |
| 11.3 | Výpis všech uspořádaných čtveřic . . . . .                                 | 337 |
| 11.4 | Výběr permutací s opakováním . . . . .                                     | 337 |
| 11.5 | Schematické znázornění všech uspořádání 6 ks pralinek dvou druhů . . . . . | 339 |



# O autorech

## **RNDr. Luboš Bauer, CSc.**

Absolvoval Přírodovědeckou fakultu Masarykovy univerzity, kde v roce 1989 získal titul kandidáta věd v oboru algebra a teorie čísel (práce Asociativní schemata, koherentní konfigurace a buňkové algebry). V letech 1978–1982 působil jako odborný pracovník Výzkumného ústavu elektrických strojů točivých, v letech 1986–1991 v Ústavu výpočetní techniky MU. Od této doby se zabývá také otázkami využití e-learningu ve výuce matematiky. Po roce 1991 spoluzakládal Katedru aplikované matematiky a informatiky Ekonomicko-správní fakulty MU, jejímž je od roku 2008 vedoucím. Je aktivně činný v akademické obci i jako člen Akademického senátu MU.

## **Hana Lipovská**

Studuje obor Hospodářská politika na Ekonomicko-správní fakultě Masarykovy univerzity v Brně, kde také působila v letech 2011–2012 jako externí pracovnice Katedry aplikované matematiky a informatiky. Její práce *Teorie her v ekonomii* (2010) získala několik ocenění ve studentských soutěžích (např. cena Merkur soutěže Česká hlavička), na jejichž základě čerpala grant PPNS JCMM. Ve své činnosti se zaměřuje na problematiku lidského kapitálu, ekonomie růstu a metodologie vědy. Externě spolupracuje s Českým statistickým úřadem a MŠMT ČR. Je řádnou členkou České společnosti ekonomické, Jednoty českých matematiků a fyziků a The American Economic Association.

## **doc. RNDr. Miloslav Mikulík, CSc.**

Vystudoval Přírodovědeckou fakultu MU v Brně. Později získal titul kandidáta věd a habilitoval se. Jeho první práce patřily do oblasti algebry. Pracoval ve výzkumném ústavu, kde se zabýval řešením technických aplikací matematiky a zaváděním výpočetní techniky do praxe. Výzkumnou a publikační činnost v oblasti numerických metod (splajny) rozvíjel na pozici samostatného vědeckého pracovníka během působení v Akademii věd. Tři roky působil jako assistant professor na univerzitě v Kuvajtu. V roce 1991 se podílel na institucionalizaci Katedry aplikované matematiky a informatiky nově vznikající Ekonomicko-správní fakulty MU, kde od té doby nepřetržitě pedagogicky působí.

## **Ing. Vít Mikulík**

Je absolventem Fakulty stavební Vysokého učení technického v Brně, oboru Konstrukce a dopravní stavby. Matematice se věnoval již jako student v matematické třídě i jako účastník olympiád. Svou odbornou pracovní a vědecko-výzkumnou činnost zaměřil na matematické řešení problémů aplikované mechaniky. Na MU v Brně se zapojil do několika projektů. Jako vysokoškolský pedagog na VUT v Brně je tvůrcem e-learningových kurzů. Aktivně se účastní četných konferencí a seminářů.



# Úvodní slovo recenzenta

Publikaci *Matematika v ekonomii a ekonomice* lze považovat za základní učební text matematiky pro studenty ekonomie.

Kniha je vhodně uspořádána do jedenácti kapitol. Výklad začíná připomenutím základních matematických pojmů. Postupně jsou uvedena další témata až po násobné integrály. Poslední kapitola je věnována užitečnému nástroji v počtu pravděpodobnosti – kombinatorice.

Každá kapitola začíná motivačním příkladem, pro jehož řešení je pak vybudována matematická teorie. Výklad sice nezahrnuje precizní matematické důkazy, ale ukazuje užití získaných matematických dovedností k řešení praktických úloh. Zejména lze ocenit, že součástí každé kapitoly jsou aplikace, které se zabývají řešením konkrétních ekonomických problémů. Navíc je u každé kapitoly uvedeno shrnutí a úlohy k procvičení.

Kniha poutavým způsobem ukazuje, jak lze matematické znalosti využívat a zejména jak se lze s jejich pomocí vypořádat s ekonomickou teorií a praxí.

Recenzovaná publikace je sice primárně určena pro studenty ekonomie, ale je vhodná i pro studenty jiných nematematických oborů.

prof. RNDr. Ivanka Horová, CSc.

Ústav matematiky a statistiky

Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity v Brně