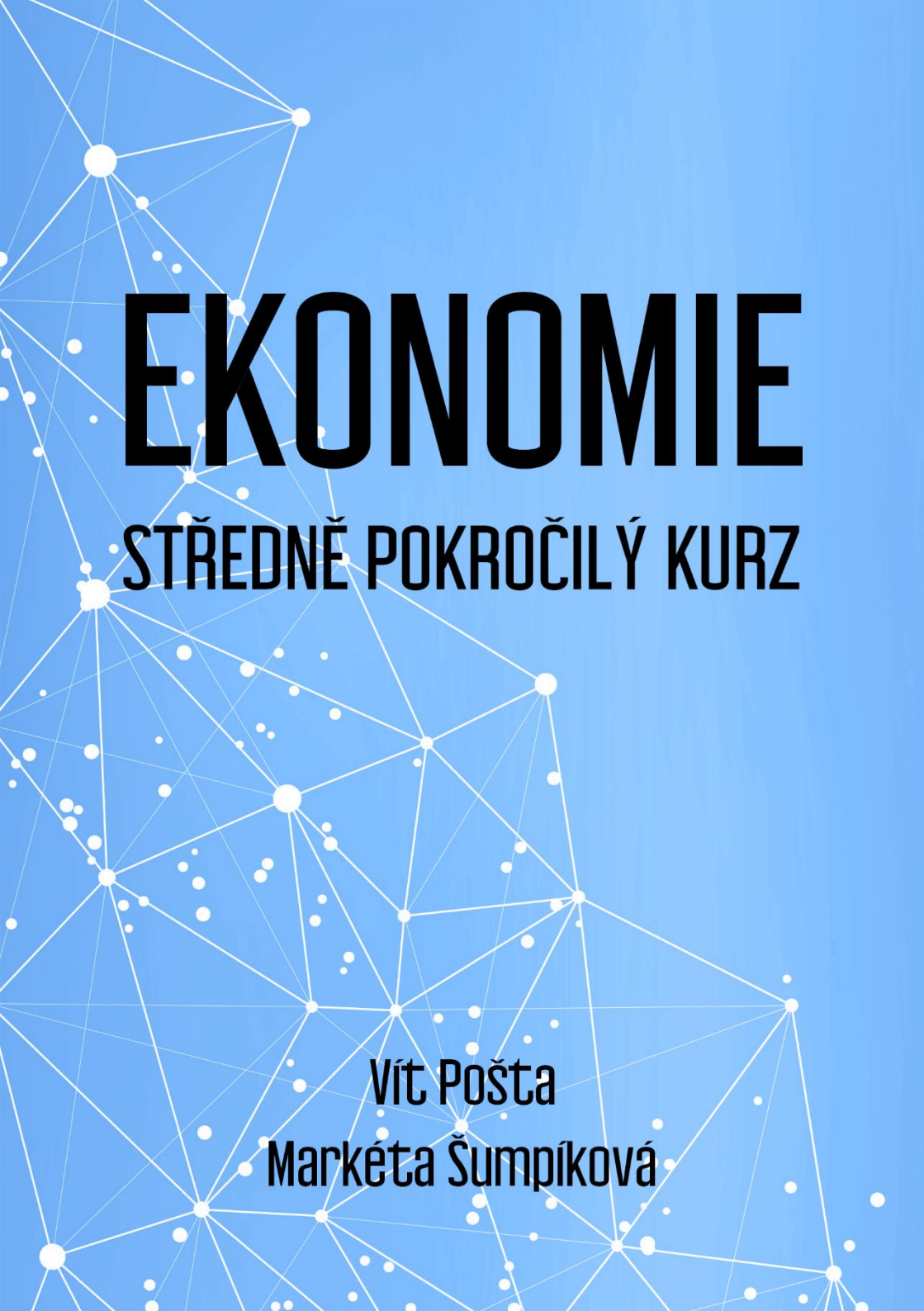




EKONOMIE

STŘEDNĚ POKROČILÝ KURZ

Vít Pošta

Markéta Šumpíková

EKONOMIE

STŘEDNĚ POKROČILÝ KURZ

Vít Pošta

Markéta Šumpíková

2021

OBSAH

Mikroekonomie	9
Úvod k mikroekonomii	10
1 Rozhodování domácností na trzích statků a služeb a poptávka	13
1.1 Funkce užitku ze spotřeby statků a služeb	15
1.2 Funkce rozpočtového omezení a funkce výdajů	28
1.3 Maximalizace užitku ze spotřeby a Marshallova poptávka	35
1.4 Minimalizace výdajů a Hicksova poptávka	46
1.5 Individuální a tržní poptávka	50
1.6 Otázky a úkoly	52
2 Analýza poptávky	55
2.1 Vztah poptávaného množství statku a vlastní ceny statku	55
2.2 Vztah poptávaného množství statku a ostatních cen	66
2.3 Vztah poptávaného množství statku a nominálního příjmu.....	70
2.4 Otázky a úkoly	79
3 Produkce, náklady a příjmy firem.....	83
3.1 Produkční funkce v krátkém období.....	86

3.2 Náklady v krátkém období.....	89
3.3 Produkční funkce v dlouhém období	95
3.4 Náklady v dlouhém období	101
3.5 Příjmové funkce	112
3.6 Otázky a úkoly	117
4 Rozhodování firem na trzích statků a služeb a nabídka	121
4.1 Maximalizace zisku: stanovení množství a ceny.....	122
4.2 Otázka maximální přípustné ztráty	127
4.3 Funkce nabídky	131
4.4 Cenová diskriminace	134
4.5 Maximalizace příjmů	145
4.6 Otázky a úkoly	148
5 Tržní struktury	152
5.1 Monopol	154
5.2 Oligopol	157
5.3 Monopolistická konkurence	174
5.4 Otázky a úkoly.....	176
6 Trh práce.....	180
6.1 Rozhodování domácností na trhu práce.....	180
6.2 Nabídka práce	188
6.3 Rozhodování firem na trhu práce	192

6.4 Mzdová diskriminace a minimální mzdová sazba	205
6.5 Bilaterální monopolní síla na trhu práce.....	209
6.6 Otázky a úkoly	214
7 Riziko a přístup k riziku	217
7.1 Funkce očekávaného užitku	217
7.2 Grafická interpretace přístupu k riziku.....	221
7.4 Relativní averze vůči riziku a nejednoznačnost funkce užitku.....	230
7.5 Otázky a úlohy	232
8 Tržní mechanismus a jeho problémy.....	234
8.2 Externality.....	236
8.3 Veřejné statky	239
8.4 Asymetrie informací	243
8.5 Otázky a úkoly	255
Literatura k mikroekonomii	256
Makroekonomie.....	257
Úvod k makroekonomii	258
1 Základní identity národního účetnictví	260
1.1 Hrubý domácí produkt.....	260
1.2 Hrubý národní důchod, hrubé národní úspory, čisté půjčky/výpůjčky.....	265

1.3 Otázky a úlohy	270
2 Spotřeba domácností	275
2.1 Mezičasová volba (rozhodování domácností na trhu kapitálu)	275
2.1.1 Vliv úrokové míry na spotřební rozhodnutí v modelu mezičasové volby	284
2.1.2 Změny současného, budoucího a permanentního důchodu v modelu mezičasové volby.....	288
2.2 Keynesovská funkce spotřeby	295
2.3 Otázky a úlohy	300
3 Investice firem	304
3.1 Investiční rozhodnutí na trhu kapitálu	304
3.2 Vliv úrokové míry na investiční rozhodnutí.....	313
3.3 Investice firem a hospodářský cyklus.....	316
3.4 Princip akcelérátoru	318
3.5 Investice do zásob	319
3.6 Otázky a úlohy	319
4 Spotřeba vlády.....	323
4.1 Balance vládního sektoru	323
4.2 Základní ukazatele hospodaření vládního sektoru v ČR.....	326
4.3 Otázky a úkoly	337

5 Zahraniční obchod	340
5.1 Funkce čistého exportu.....	340
5.2 Běžný účet, národní úspory a investice	345
5.3 Otázky a úkoly	346
6 Měnový kurz	349
6.1 Nekrytá parita úrokových měr	349
6.2 Parita kupní síly.....	355
6.3 Reálný měnový kurz	358
6.3 Otázky a úkoly	360
7 Trh peněz a cílování inflace	363
7.1 Poptávka po penězích	363
7.2 Cílování inflace	366
7.3 Otázky a úkoly	370
8 Agregátní poptávka a agregátní nabídka	372
8.1 Agregátní poptávka	372
8.2 Agregátní nabídka	375
8.2.1 Rigidity cen	376
8.3 Rovnováha v modelu AD-AS	383
8.4 Otázky a úkoly	387
9 Analýza ekonomiky z pohledu krátkého a střednědobého horizontu.....	390
9.1 Phillipsovy křivky.....	390

9.2 Poptávkové a nabídkové šoky	393
9.3 Analýza monetární a fiskální politiky	400
9.4 Otázky a úkoly	412
10 Ekonomický růst.....	414
10.1 Rovnice růstového účetnictví	414
10.2 Solowův model	416
10.3 Otázky a úkoly.....	424
LITERATURA k makroekonomii	426

Mikroökonomie

Úvod k mikroekonomii

Mikroekonomie se zabývá analýzou dílčích trhů s cílem nabídnout odpovědi na otázky: co se produkuje, kolik se toho produkuje, za jakou cenu se produkce prodává, kdo produkci produkuje, s jakými výrobními faktory je produkce vyráběna, a jak jsou v tomto procesu rozdělovány důchody zapojeným výrobním faktorům. Stručněji a stále výstižně bývá mikroekonomie často označována jako teorie cen, což poměrně dobře vystihuje její časté empirické aplikace, jejichž cílem je najít odpověď na otázku, jaké faktory a jak působí na analyzované ceny statků či služeb.

Mikroekonomie a makroekonomie má svou důležitost především pro analýzu vnějšího okolí soukromé i veřejné organizace, ať už v rovině tržní analýzy, nebo v rovině analýzy makrookolí ve smyslu ekonomiky, ve které firmy působí, případně globální ekonomiky.

Některá mikroekonomická témata jsou z tohoto pohledu méně důležitá, např. analýzy tržních selhání, která jsou předmětem poslední kapitoly, a jejichž výklad je proto velmi uzpůsoben právě uvedenému zaměření tohoto textu. Stejně tak se v textu vůbec nebudeme zabývat analýzou dokonalé konkurence, která sice poskytuje některé velmi podstatné závěry potřebné pro hlubší teoretickou analýzu, nicméně z pohledu mikroekonomie jakožto nástroje pro praktickou tržní analýzu se jedná o zcela nadbytečné téma, protože dokonale konkurenční tržní struktura se v praxi nevyskytuje.

První dvě kapitoly se zabývají formováním a analýzou poptávky na trzích statků a služeb. Třetí kapitola je podpůrnou kapitolou pro analýzu strany nabídky na trzích statků a služeb, která je následně předmětem čtvrté a páté kapitoly.

Firmy pro produkci statků a služeb zaměstnávají (mimo jiné) práci a kapitál jakožto výrobní faktory. Dalšími výrobními faktory potřebnými k výrobě jsou půda a technologie. V tomto předmětu se budeme zabývat pouze trhem práce a kapitálu. Analýzu rozhodování domácností a firem na těchto dvou trzích najdete částečně v mikroekonomické části (rozhodování domácností a firem na trhu práce) a převážně v makroekonomické části (rozhodování domácností v kapitole Spotřební výdaje a firem na trhu kapitálu v kapitole Investiční výdaje).

Předposlední kapitola mikroekonomické části se věnuje nástinu rozhodování ekonomických subjektů v podmínkách rizika jako východiska pro případné další studium a analýzy, například v oblasti podnikání obecně a zejména v oblasti investování na finančních trzích.

Poslední kapitola se věnuje problematickým místům fungování tržního mechanismu a v několika rovinách na řadě situací ukazuje, proč tržní mechanismus nefunguje tak hladce, jak by naznačovaly předchozí kapitoly, a proč v řadě praktických situací nefunguje v podstatě vůbec (myšleno ve smyslu realizace efektivních výsledků). S tržními selháními souvisí také rigidita cen, což je téma v makroekonomické části.

Některá témata jsou dále přímo využita a mírně rozšířena ve výkladu makroekonomie. Jedná se především o vybrané pasáže kapitoly šesté týkající se analýzy trhu práce.

1 Rozhodování domácností na trzích statků a služeb a poptávka

Domácnosti na trzích konečné produkce poptávají různé statky a služby s cílem uspokojit své potřeby. Abychom mohli formulovat jasné závěry, které následně můžeme podrobit empirickému testování a které pak případně můžeme využít pro praktickou analýzu či predikci, potřebuje chování a možnosti domácností v daném rozhodovacím případě formalizovat.

Mikroekonomická analýza postupuje v zásadě vždy stejným způsobem. Daný problém nejprve převedeme do podoby optimalizační úlohy, kdy se ekonomický subjekt při daných možnostech snaží dosáhnout maxima či minima cílové funkce, přičemž jeho možnosti a podoba cílové funkce jsou dány konkrétními podmínkami a podstatou rozhodovacího problému, který řešíme. Poté co vymezíme a odvodíme, podmínky optimálního chování, můžeme formulovat další vztahy, které nás z pohledu analýzy či predikce zajímají.

Zkoumáme-li rozhodování domácnosti na trhu konečné produkce, můžeme se na problém podívat dvěma způsoby. V prvním případě chápeme cílovou funkci jako užitek ze spotřeby statků a služeb, které domácnost nakoupí. Jejím cílem je tedy dosáhnout co nejvyššího možného užitku ze spotřeby statků a služeb. Ve svém jednání je však omezena. Za statky a služby musí platit jejich ceny a příjem domácnosti je limitovaný. Je tedy zřejmé, že nemůže reálně usilovat o jakési absolutně

maximální uspokojení svých potřeb, ale pouze o maximalizaci užitku ze spotřeby v rámci možností, které jí jsou k dispozici. Ve druhém případě můžeme za cílovou funkci považovat výdaje domácnosti na statky a služby. V tomto případě by domácnost zřejmě usilovala o to, aby byly výdaje na nákup statků a služeb co nejnížší. Nicméně nejnížší úrovní výdajů by byly nulové výdaje, což by znamenalo, že by domácnost nenakupovala žádné statky a služby, což by však bylo v rozporu s tím, že domácnost potřebuje nakupovat statky a služby proto, aby uspokojila své potřeby. Omezením chování domácnosti při minimalizaci výdajů by tedy byla nějaká jistá hladina užitku plynoucí ze spotřeby statků a služeb, které by domácnost chtěla dosáhnout. V obou případech se tedy jedná o optimalizaci (maximalizaci užitku, minimalizaci výdajů) za podmínky platnosti nějakého omezení (rozpočtového omezení, konkrétní hladiny užitku).

Ekonomické úlohy mají standardně podobu úloh hledání vázaných extrémů, protože optimalizace vždy probíhá při nějakém omezení. To, že v ekonomickém rozhodování existují omezení, je definičním znakem ekonomické úlohy. V širším slova smyslu je odrazem chápání ekonomie jako disciplíny, která se zabývá rozdělováním vzácných zdrojů. Vzácnost je klíčovou charakteristikou ekonomických úloh.

Z výše uvedeného plyne, že pro první i druhý pohled na formulaci optimalizační úlohy spotřebitele je nutné se seznámit s funkcí užitku ze spotřeby statků a služeb a rovněž funkcí rozpočtového omezení, resp. výdajů.

1.1 Funkce užitku ze spotřeby statků a služeb

Funkce užitku jednoduše zachycuje vztah mezi spotřebovávaným množstvím statků a služeb na jedné straně a hladinou uspokojení potřeb na straně druhé. Tuto hladinu uspokojení potřeb plynoucí ze spotřeby statků a služeb označujeme jako užitek. Nechť $X, Y, Z, \dots$ jsou statky a služby, které domácnost spotřebovává a U je užitek, pak můžeme funkci užitku zapsat takto:

$$U = f(X, Y, Z, \dots). \quad (1.1)$$

Budeme předpokládat, že funkce užitku je spojitá a existují její parciální derivace až do druhého řádu a parciální derivace prvního řádu jsou spojitě funkce.

Parciální derivace funkce užitku mají konkrétní ekonomický význam. Z významu derivace plyne, že např. parciální derivace funkce užitku (1.1) podle statku X bude zachycovat změnu užitku při limitně nulové změně spotřeby statku X . Jinými slovy a volněji, jak se změní celkový užitek ze spotřeby, pokud se změní spotřeba statku X (o malou hodnotu). Taková veličina se označuje jako mezní (marginální) užitek.

Takový vztah platí obecně pro všechny ekonomické veličiny. Derivace celkové veličiny podle množství, o kterém se rozhoduje, vyjadřuje změnu celkové veličiny v důsledku změny množství, o kterém se rozhoduje, a označuje se vždy jako mezní veličina (příslušná k dané celkové veličině).

Pro mezní užitek statku X ($= MU_X$), tedy můžeme psát:

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x}. \quad (1.2)$$

Mezní užitek statku Y, Z, nebo jakéhokoliv jiného statku bychom vyjádřili analogickým způsobem.

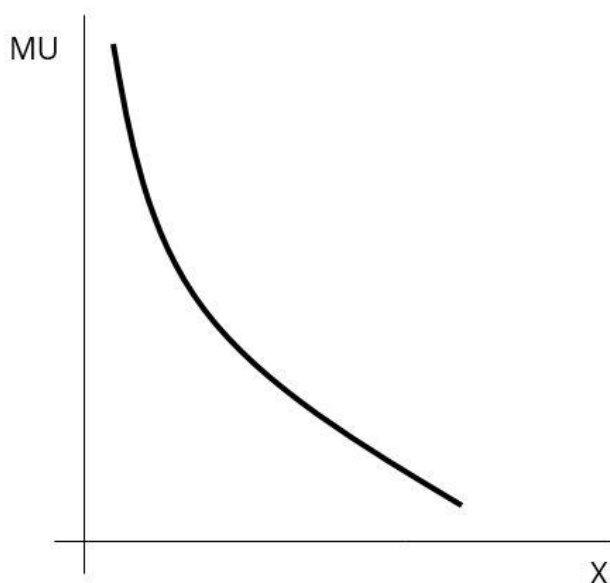
Klíčovou vlastností mezních užiteků, kterou předpokládáme, je to, že se jedná o kladné veličiny. Jinými slovy, první parciální derivace funkce užitku jsou vyšší než nula. To znamená, že s rostoucí spotřebou nějakého statku roste celkový užitek spotřebitele.

Druhou klíčovou vlastností mezního užitku je, že se jedná o ryze klesající funkci. To znamená, že s rostoucí spotřebou daného statku sice roste celkový užitek, ale jeho přírůstky, jinými slovy mezní užitek, jsou nižší a nižší. Tento předpoklad odráží klesající vzácnost daného statku. Jestliže domácnost spotřebovává nějakého konkrétního statku více a více, roste její celkový užitek ze spotřeby tohoto statku, avšak větší a větší spotřebovávané množství znamená, že je tento statek pro domácnost méně a méně vzácný, jeho mezní užitek se snižuje.

Mezní užitek je tedy přímým odrazem vzácnosti statků a služeb, kdy s rostoucím množstvím nějakého statku či služby klesá jejího či její vzácnost (mezní užitek).

Technicky vzato to znamená, že derivace mezního užitku podle spotřebovávaného množství daného statku, jinými slovy druhá derivace funkce užitku podle množství daného statku, je záporná. Mezní užitek tedy můžeme zachytit jako klesající, avšak kladnou funkci tak, jak je vidět na obrázku 1.1.

Průběh mezního užitku v obrázku 1.1 prezentuje především tyto dvě vlastnosti: jedná se o kladnou veličinu a klesající veličinu. To, že je mezní užitek statku X kladný, tedy skutečnost, že vyšší spotřebovávané množství statku X vede k vyššímu celkovému užitku ze spotřeby, znamená, že statek X je žádoucím statkem. Pokud by byl mezní užitek nějakého statku záporný, znamenalo by to, že by se jednalo o nežádoucí statek.



Obrázek 1.1: Mezní užitek žádoucího statku

Existence pojmu nežádoucího statku má ten smysl, že v některých případech je spotřeba žádoucího statku automaticky vázána na spotřebu nežádoucího statku. Nejde tedy o to, že by chtěl spotřebitel dobrovolně spotřebovávat nežádoucí statek, který by mu snižoval celkový užitek, ale o to,

že v některých situacích se spotřebě nežádoucího statku nevyhne, protože jej spotřebovává automaticky se spotřebou nějakého žádoucího statku. Jako příklad si můžeme uvést rozhodování investora na finančním trhu o tom, kolik a jakých akcií nakoupí. Akcie poptává proto, že očekává, že mu přinesou nějaký výnos. Výnos je zde žádoucím statkem. Na druhé straně, akcie mohou rovněž ztratit na své hodnotě. Očekávaný kladný výnos je tedy spjat s rizikem a riziko je pro většinu investorů nežádoucí. Riziko zde tedy figuruje jako nežádoucí statek. Nelze se mu však vyhnout, pokud chce spotřebitel část svého bohatství alokovat na finančním trhu.

Ačkoliv je mezní užitek obecně klesající funkcí, klesat může rozdílně rychle s tím, jak moc rychle klesá vzácnost daného statku s jeho rostoucí spotřebou. Zatímco již druhé auto pro osobní užití může být pro řadu lidí velmi málo vzácné, tedy mezní užitek mezi spotřebou jednoho a dvou vozů by klesl razantně, u spotřeby např. mléka za týden může být pokles mezního užitku mezi spotřebou jednoho a dvou balení velmi malý, až zanedbatelný.

Vždy je nutné mít především na paměti, že užitek je subjektivní kategorie. Vždy tedy závisí na preferencích konkrétního spotřebitele, jak vzácný pro něj určitý statek je, a jak rychle jeho vzácnost s rostoucí spotřebou tohoto statku klesá. V této oblasti není možné činit žádné obecně platné závěry.

Vraťme se nyní k celkové funkci užitku (1.1). Pro další potřeby budeme předpokládat, že spotřebitel se bude rozhodovat o

nákupu pouze dvou statků, X a Y . Tento předpoklad přijímáme proto, abychom funkci užitku mohli zachytit graficky:

$$U = f(X, Y). \quad (1.3)$$

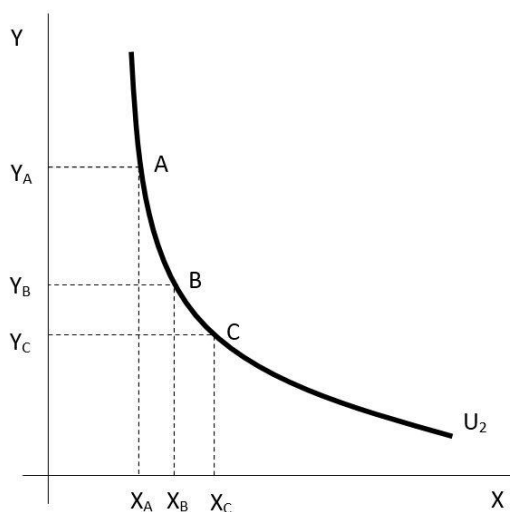
Budeme dále předpokládat, že oba statky jsou žádoucí. Abychom zachytili funkci užitku (1.3), musíme zachytit tři proměnné: X , Y a užitek U . Pro tento účel můžeme využít vrstevnice funkce užitku. Vrstevnice funkce užitku jsou všechny kombinace statků X a Y , které spotřebiteli přinášejí stejnou výši uspokojení, tedy stejný užitek např. U_0 :

$$U_0 = f(X, Y).$$

Stejně tak si můžeme představit zase jiné kombinace statků X a Y , které by spotřebiteli přinášeli úroveň užitku U_1 :

$$U_1 = f(X, Y).$$

Soubor všech hladin funkce užitku, tedy všech vrstevnic funkce užitku, pak představuje samotnou funkci užitku. Vrstevnicím funkce užitku se říká indifferenční křivky. Jako indifferenční křivky se označují z toho důvodu, že jakýkoliv jejich bod představuje kombinace množství statků, které spotřebiteli přinášejí stejný užitek. Spotřebitel je tedy vůči jednotlivým kombinacím statků a služeb na dané indifferenční křivce indiferentní. Obrázek 1.2 zachycuje typický průběh indifferenční křivky.



Obrázek 1.2: Indiferenční křivka

Indiferenční křivka na obrázku 1.2 představuje všechny kombinace statků X a Y , které spotřebiteli přinášejí užitek U_2 . Tyto kombinace statků X a Y můžeme také označit jako spotřební koše. Konkrétně je na obrázku 1.2 zachycen spotřební koš A , který obsahuje množství statku X ve výši X_A a množství statku Y ve výši Y_A . Standardní vlastnosti indiferenční křivky jsou ty, že se jedná o klesající a konvexní funkci. Obě vlastnosti plynou z vlastností mezního užitku, které jsme uvedli výše.

Víme, že mezní užitky jsou u žádoucích statků kladné veličiny. Pokud bychom tedy k množství X_A přidali více statku Y než je množství Y_A , nutně by tento nový spotřební koš musel spotřebiteli přinést vyšší užitek; měl by stejně statku X , ale více statku Y . Stejně tak, pokud bychom k množství Y_A přidali více

statku X, než je X_A , musel by takový spotřební koš přinášet spotřebiteli vyšší užitek: obsahoval by stejně statku Y ale více statku X. Pokud bychom k množství X_A nebo Y_A pro změnu přidali nižší množství statku Y resp. X, než kolik obsahuje spotřební koš A, nutně by nový spotřební koš musel spotřebiteli přinést nižší úroveň užitku, protože by obsahoval stejné množství X nebo Y jako spotřební koš A, ale méně druhého ze dvou statků. Z uvedeného plyne, že pokud má být zachována hladina užitku, musí být pokles množství jednoho ze dvou statků ve spotřebním koši kompenzován růstem množství druhého statku. Jinými slovy, indifferenční křivka musí být klesající. Klesající indifferenční křivka je tedy důsledkem kladných mezních užitků.

Na indifferenční křivce v obrázku 1.2 jsou zaneseny další dva spotřební koše: B a C. Snadno si lze všimnout, že přírůstek statku X mezi spotřebním košem A a B je stejný, jako jeho přírůstek mezi B a C. Na druhé straně je patrné, že úbytek statku Y mezi spotřebním košem A a B je vyšší, než jeho úbytek mezi spotřebním košem B a C. Tato skutečnost v technické rovině pouze odráží to, že indifferenční křivka není lineární, ale konvexní. Ekonomické vysvětlení souvisí s tím, že funkce mezního užitku je klesající. Pokud spotřebitel při dané výši užitku U_2 zvyšuje množství statku X ve spotřebním koši, z předchozího víme, že nutně musí klesat množství statku Y ve spotřebním koši. Dále však také platí, že s tím jak konstantně zvyšuje spotřebu statku X, klesá vzácnost statku X, tedy jeho mezní užitek. Na druhé straně, s tím jak omezuje spotřebu

statku Y, roste jeho vzácnost, tedy jeho mezní užitek. V důsledku klesající vzácnosti statku X klesá schopnost statku X nahrazovat stále vzácnější statek Y. Proto na stejné přírůstky statku X ve spotřebním koši připadají nižší úbytky statku Y.

Míra, v jaké je spotřebitel ochoten při dané úrovni celkového užitku statky nahrazovat, se označuje jako mezní míra substituce ve spotřebě. Z uvedeného plyne, že mezní míra substituce ve spotřebě mezi statky X a Y s růstem statku X ve spotřebním koši klesá. Jinými slovy, klesá schopnost statku X nahrazovat statek Y, čím jak je statek X méně a méně vzácný a statek Y naopak vzácnější. Úvaha by samozřejmě fungovala i naopak, tedy v případě růstu množství statku Y ve spotřebním koši a naopak poklesu množství statku X.

Technicky mezní míru substituce ve spotřebě odvodíme tak, že si vyjádříme diferenciál funkce užitku (1.3):

$$dU = \frac{\partial U}{\partial X} dX + \frac{\partial U}{\partial Y} dY.$$

Víme, že parciální derivace funkce užitku podle množství jednotlivých statků jsou mezní užítky. Pokud budeme uvažovat spotřební koše na stejné hladině užitku, pak musí být levá strana, změna užitku, nulová. Z diferenciálu funkce užitku proto dostaneme:

$$MRS_C \equiv \frac{dY}{dX} = -\frac{MU_X}{MU_Y}. \quad (1.4)$$

Mezní míra substituce ve spotřebě, MRS_C , představuje to, v jakém poměru se nahrazují statky X a Y, tedy dY/dX .

Z hlediska ekonomické interpretace je tento poměr nahrazování dán poměrem vzácností statků X a Y, jinými slovy poměrem jejich mezních užiteků. Vráťme-li se k obrázku 1.2, růst množství statku X ve spotřebním koši, vedl k poklesu jeho mezního užitku, a naopak pokles množství statku Y vedl k růstu jeho mezního užitku. Pohyb po indifferenční křivce z A do C tedy z pohledu vztahu (1.4) znamenal, že se snižoval čitatel a rostl jmenovatel zlomku na pravé straně. Snižovala se tedy mezní míra substituce ve spotřebě.

Geometricky vzato, představuje mezní míra substituce ve spotřebě směrnici indifferenční křivky. To plyne z toho, že je to totéž jako poměr změny množství na vertikále ke změně množství na horizontále. Mezní míru substituce ve spotřebě si tedy graficky snadno představíme jako směrnici indifferenční křivky v daném bodě (směrnici tečny k indifferenční křivce v daném bodě).

Dalším užitečným pojmem, který se vztahuje k ochotě substituovat mezi statky ve spotřebním koši při dané hladině užitku, je elasticita substituce. Elasticity vždy vyjadřují vztahy mezi relativními (= procentními), nikoliv absolutními změnami. Elasticita substituce, σ , je definována následovně:

$$\sigma = \frac{d\frac{Y}{X} / \frac{Y}{X}}{dMRS_C / MRS_C}. \quad (1.5)$$

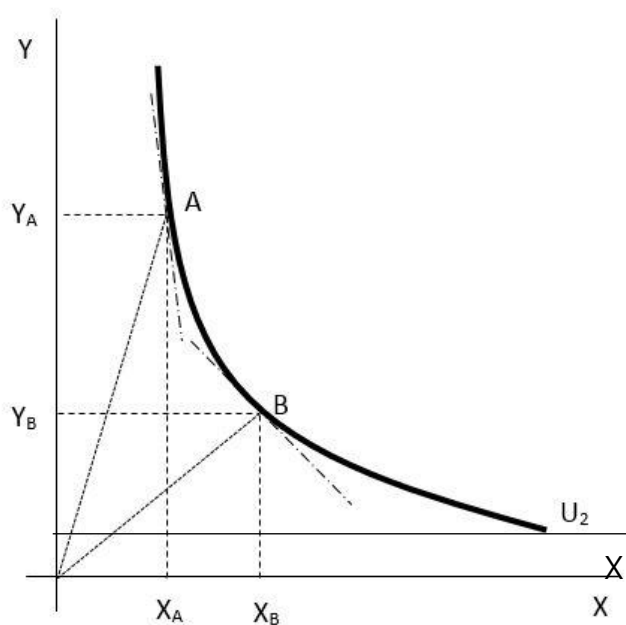
V čitateli zlomku (1.5) je podíl absolutní změny poměru statků X a Y ve spotřebním koši vztažený k hodnotě tohoto poměru.

Čítatel tedy vyjadřuje relativní změnu poměru statků X a Y ve spotřebním koši. Jmenovatel zlomku vyjadřuje relativní změnu mezní míry substituce ve směně. S vědomím tohoto lze elasticitu substituce zapsat také jako:

$$\sigma = \frac{\% \text{ změna } Y/X}{\% \text{ změna } MRS_c}.$$

Elasticitu substituce můžeme interpretovat graficky. Na obrázku 1.3 je indifferenční křivka a dva spotřební koše A a B. Směrnice spojnice počátku a daného bodu na indifferenční křivce, spotřebního koše, představuje hodnotu poměru množství statku Y k množství statku X v daném spotřebním koši. Změna tohoto poměru potom dává představu o tom, jak moc vysoká může být hodnota čitatele zlomku (1.5).

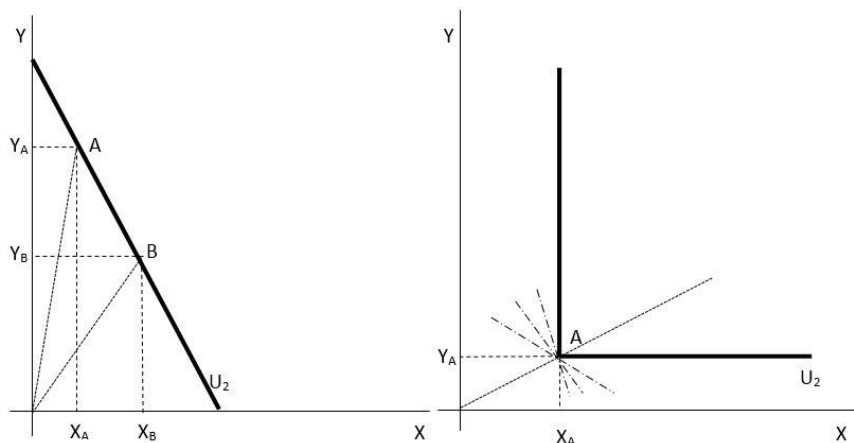
Směrnice tečen k indifferenční křivce představují mezní míry substitucí, jejich změna dává představu o tom, jak moc se změnil jmenovatel zlomku (1.5). Čím vyšší je míra změny poměru množství statků X a Y ve spotřebním koši v poměru k míře změny mezní míry substituce, tím vyšší elasticitu substituce spotřebitel vykazuje.



Obrázek 1.3: Elasticita substitute

Extrémními situacemi jsou dokonalé substituty a dokonalé komplementy. Substituty jsou statky, které se ve spotřebě ve vyšší či nižší míře nahrazují. Komplementy jsou naopak statky, které se ve spotřebě spíše doplňují. Pro mnoho spotřebitelů mohou být dobrými substituty např. vepřové a hovězí maso. Pro mnoho spotřebitelů mohou být dobrými komplementy např. hovězí maso a brambory. Samozřejmě, existuje dost spotřebitelů, kteří něco z uvedeného nekonzumují. V jejich případě se potom samozřejmě o substituty či komplementy jednat nemůže. Znovu je tedy třeba mít na paměti, že to, zda jsou pro nějakého spotřebitele nějaké statky substituty nebo

komplementy, je především otázkou subjektivních preferencí. Nelze tvořit obecné závěry.



Obrázek 1.4: Dokonalé substituty (vlevo) a dokonalé komplementy

Obrázek (1.4) zachycuje obecný případ dokonalých substitutů a dokonalých komplementů. Dokonalé substituty jsou charakterizovány konstantní mírou substituce ve spotřebě. To znamená, že indifferenční křivka je lineární. Mezní míra substituce ve spotřebě je tedy dána směrnici samotné indifferenční křivky. Z pohledu vztahu (1.5) je důsledkem to, že sice se mění poměr množství statků X a Y ve spotřebním koši, ale při limitně nulové změně mezní míry substituce ve spotřebě. Elasticita substituce se tedy blíží nekonečnu.

Dokonalé komplementy jsou statky, které jsou spotřebovávány ve fixním poměru. Poměr jejich množství ve spotřebním koši se tedy nemění. Z pohledu pravého grafu na obrázku 1.4 by to

znamenal, že všechny možné spotřební koše by ležely na spojnici počátku a spotřebního koše A, která právě tento fixní poměr množství statků X a Y vyjadřuje. Indiferenční křivka dokonalých komplementů je tedy nespojitá, a to v bodě svého zlomu. Potom ovšem platí, že v tomto bodě neexistuje její derivace, a tím pádem si nemůžeme představit mezní míru substituce ve spotřebě, která je směrnicí indiferenční křivky. V grafu jsou naznačeny tři možné směrnice, existuje jich ale nekonečné množství. Nejsme tedy prozatím schopni dle vztahu (1.5) rozhodnout, jak vysoká je elasticita substituce v tomto případě. Rozhodnutí provedeme později.

Z obrázku 1.4 je rovněž patrné, že to, že jsou dva statky dokonalé substituty, rozhodně neznamená, že musí být nahrazovány v poměru 1:1. Stejně tak platí, že jsou-li dva statky dokonalé komplementy, neznamená to, že musí být nutně spotřebovávány v poměru 1:1.

Tím jsme si vymezili všechny klíčové vlastnosti indiferenčních křivek, tedy vrstevnic funkce užitku. Již jsme uvedli, že budeme předpokládat, že funkce užitku je spojitá. To z pohledu jejích vrstevnic znamená, že každým bodem, spotřebním košem, na obrázku 1.2 prochází nějaká indiferenční křivka. To jinými slovy znamená, že pro každé dva spotřební koše, řekněme A a B, platí, že buď spotřebitel preferuje jeden před druhým, pak leží na rozdílných vrstevnicích, anebo je mezi nimi spotřebitel indiferentní, a pak leží na stejné vrstevnici. Každé dva spotřební koše je však spotřebitel mezi sebou schopen porovnat. Tomuto východisku se říká axiom úplnosti srovnání.

Pokud má být funkce užitku funkcí, pak musí každému spotřebnímu koši, prvku definičního oboru, přiřazovat právě jednu hodnotu užitku. Toto je zajištěno východiskem, které se označuje jako axiom tranzitivity. Uvažujme tři spotřební koše A, B a C. Pokud by spotřebitel preferoval spotřební koš A před spotřebním košem B a současně spotřební koš B před spotřebním košem C, pak musí platit, že preferuje spotřební koš A před spotřebním košem C. Pokud by tento axiom neplatil, existovaly by spotřební koše, kterým by bylo přiřazeno více hladin užitku, čímž by neexistovala funkce užitku.

Při klesající a konvexní funkci užitku platí, že spojnice jakýchkoliv dvou spotřebních košů, která představuje jiné spotřební koše ležící napravo od dané indifferenční křivky, představuje vyšší indifferenční křivku a reprezentuje vyšší hodnoty užitku. Tato vlastnost je velmi důležitá. Funkce, které mají ryze konvexní vrstevnice, se označují jako (ryze) kvazikonkávnní. Pokud je cílová funkce či omezení optimalizační úlohy (ryze) kvazikonkávnní je předpokladem jedinečnosti řešení optimalizační úlohy. K otázce řešitelnosti se vrátíme po analýze omezení spotřebního rozhodovacího problému.

1.2 Funkce rozpočtového omezení a funkce výdajů

V analýze předpokládáme, že spotřebitel disponuje nominálním důchodem (příjmem), I (I = income), a za nákup každé jednotky statku X či Y musí zaplatit cenu statku X , P_X , resp. cenu statku Y , P_Y . Výdaje spotřebitele, E (E = expenditures), tedy můžeme vyjádřit jako součet výdajů na

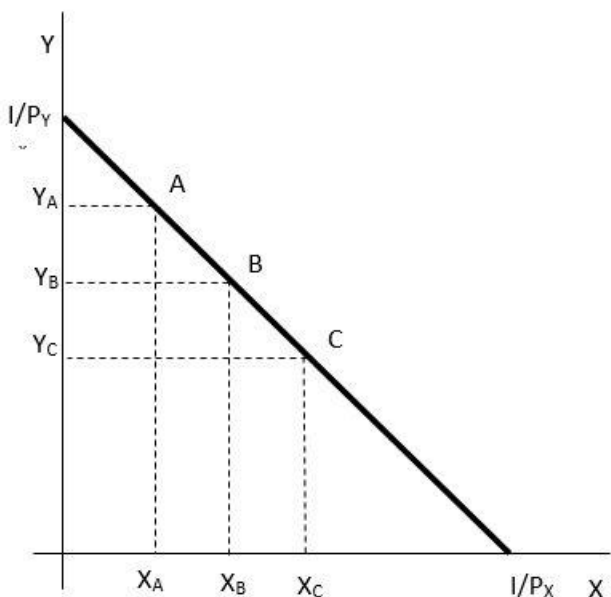
statky X a Y, přičemž výdaj na daný statek je dán součinem nakupovaného množství a jeho ceny:

$$E = P_X X + P_Y Y. \quad (1.6)$$

Analýza v této části zatím domácnosti neumožňuje spořit či se zadlužovat, protože se budeme zabývat rozhodováním, které bude probíhat pouze v jednom časovém okamžiku, např. současnosti. Pokud neexistuje budoucnost, nemá smysl spořit, protože by nebyla možnost tyto úspory využít a současně se nelze zadlužit, protože neexistují žádné úspory jiných domácností, které by si bylo možné vypůjčit. Z uvedeného plyne, že spotřebitel bude spotřebovávat celý svůj důchod, jinými slovy, jeho výdaje se budou rovnat jeho nominálnímu důchodu: $I = E$. Z toho potom plyne, že rozpočtové omezení můžeme vymežit následovně:

$$I = P_X X + P_Y Y. \quad (1.7)$$

Grafickou interpretaci rozpočtového omezení odvodíme z extrémů, které jsou spotřebiteli k dispozici. Jedním z extrémů je, že by spotřebovával pouze statek Y, množství statku X by tedy bylo nulové a z rozpočtového omezení (1.7) plyne, že maximální množství statku Y, které může nakoupit, by bylo dáno podílem nominálního důchodu a ceny statku Y. Druhým extrémem je situace, ve které by spotřebovával pouze statek X. Toto maximální množství statku X by bylo dáno podílem nominálního důchodu a ceny statku X.



Obrázek 1.5: Rozpočtové omezení

Na obrázku 1.5 jsou zachycena maximální množství statku X , resp. Y , jako poměry nominálního důchodu I a příslušné ceny statku X a Y . Na spojnici těchto dvou extrémů pak leží všechny ostatní maximálně dostupné spotřební koše. Konkrétně jsou v obrázku 1.5 zachyceny tři z nich: A , B a C . Pokud vyjdeme ze spotřebního koše A a budeme v něm zvyšovat množství statku X , pak se nutně musí zvyšovat výdaje na statek X . Při konstantním důchodu I , a tedy konstantních celkových výdajích E , musí nutně dojít ke snížení výdajů na statek Y , což znamená ke snížení spotřeby statku Y . Proto má funkce rozpočtového omezení zápornou směrnici, je klesající.

Z uvedeného plyne, že s růstem množství jednoho ze dvou statků ve spotřebním koši musí docházet k poklesu množství toho druhého. I z pohledu dostupných spotřebních košů lze tedy hovořit o možné substituci. Konkrétně se míra nahrazování mezi dvěma statky při konstantním nominálním důchodu a cenách označuje mezní míra substituce ve směně. Na rozdíl od mezní míry substituce ve spotřebě je mezní míra substituce ve směně konstantní. Geometricky se jedná o směrnici funkce rozpočtového omezení. Její neměnnost je patrná z toho, že když postupně přejdeme ze spotřebního koše A přes B do C, přírůstky X jsou stejné a úbytky Y jsou rovněž stejné.

Technicky mezní míru substituce ve směně odvodíme tak, že si vyjádříme diferenciál funkce výdajů (1.6):

$$dE = \frac{\partial(P_X X)}{\partial X} dX + \frac{\partial(P_Y Y)}{\partial Y} dY.$$

Předpokladem analýzy je, že spotřebitel je vůči trhu velmi malý, což znamená, že změna spotřeby statku X či statku Y ze strany tohoto jednoho spotřebitele nemá vliv na ceny statků X a Y. Ceny statků X a Y jsou proto v uvedeném diferenciálu exogenní veličiny. Pokud uvažujeme nahrazování statků X a Y podél jedné funkce rozpočtového omezení, celkové výdaje stejně jako celkový nominální příjem jsou pořád stejné. Z toho plyne, že je levá strana diferenciálu, změna výdajů, nulová. Z diferenciálu funkce výdajů proto dostaneme:

$$MRS_E \equiv \frac{dY}{dX} = -\frac{P_X}{P_Y}. \quad (1.8)$$

Mezní míra substituce ve směně, MRS_E , představuje to, v jakém poměru se nahrazují statky X a Y , tedy dY/dX . Z hlediska ekonomické interpretace je tento poměr nahrazování dán poměrem cen statků X a Y , které jsou z pohledu jednoho spotřebitele exogenní veličiny, jeho rozhodování na ně nemá žádný vliv.

Ve výše uvedeném výkladu jsme se zmínili o nominálním příjmu. Nominální příjem, resp. důchod, je částka vyjádřená v peněžních jednotkách, které má domácnost k dispozici pro realizaci nákupů statků a služeb. Odpověď na otázku, kolik statků a služeb si domácnost může dovolit koupit, však také závisí na cenách statků a služeb. Pokud vztáhneme nominální příjem k cenové hladině statků a služeb získáme reálný příjem, který vyjadřuje kupní sílu nominálního příjmu.

Kupní síla domácnosti, její reálný příjem (důchod), se tedy může měnit se změnou nominálního příjmu a se změnami cen statků a služeb.

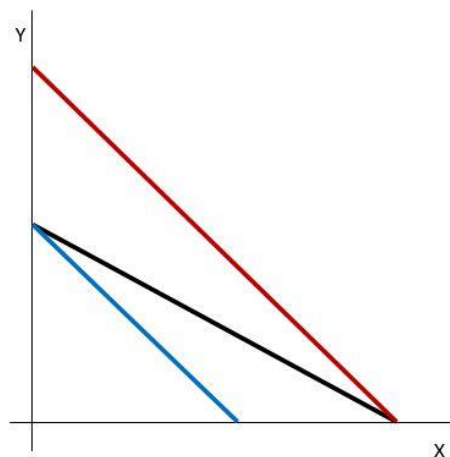
Pokud by se zvýšil nominální příjem, zvýšilo by se maximálně dostupné množství statků X a Y , při stejných cenách by se proporcionálně posunuly průsečíky funkce rozpočtového omezení k vyšším hodnotám, tedy celá funkce by se posunula doprava. Při poklesu nominálního příjmu by se naopak maximálně dostupná množství snížila a celá funkce by se posunula doleva. Směrnice funkce by však zůstala stejná, neboť se nezměnily ceny.

Pokud by se změnila jedna nebo druhá cena při stejném nominálním příjmu, změnila by se směrnice funkce rozpočtového omezení. Pokud by např. klesla cena statku Y, jeho maximálně dostupné množství by se zvýšilo, ale maximálně dostupné množství statku X by zůstalo stejné. Sklon funkce rozpočtového omezení, absolutní hodnota její směrnice, by se zvýšil. Pokud by např. vzrostla cena statku X, kleslo by jeho maximálně dostupné množství a sklon směrnice funkce rozpočtového omezení by se zvýšil. Obě změny jsou uvedeny na obrázku 1.6.

Funkce rozpočtového omezení představuje maximálně dostupné spotřební koše. Spotřebiteli jsou dostupné i spotřební koše, které se nacházejí nalevo od ní, avšak při volbě takových spotřebních košů by nevyužíval veškerý nominální příjem. Pokud se však optimalizační úlohy formulují pro hledání praktického řešení, obvykle je požadavkem najít celočíselné řešení. V takovém případě by se rozpočtové omezení uvažovalo ve tvaru nerovnosti:

$$I \geq P_X X + P_Y Y.$$

Množina omezení, která je prezentována touto nerovností, má charakter konvexní množiny. To snadno např. v obrázku 1.6 vidíme tak, že pokud vezmeme jakékoliv dva spotřební koše z dostupných spotřebních košů, jejich spojnice nebude nikdy ležet mimo množinu dostupných spotřebních košů.



Obrázek 1.6: Pokles ceny statku Y (červeně) a růst ceny statku X (modře)

Na to můžeme navázat podmínkami řešitelnosti optimalizačních úloh s omezením. Řešení úlohy optimalizace cílové funkce vzhledem k omezení existuje, pokud je cílová funkce spojitá a omezení je neprázdnou, uzavřenou a omezenou množinou.

To, že je funkce užitku spojitá, je vtěleno v axiomu úplnosti srovnání, její existence v axiomu tranzitivity. Rozpočtové omezení tak, jak jsme si jej právě představili, evidentně splňuje všechny tři podmínky.

Dále platí, že globální optimum existuje, pokud je cílová funkce kvazikonkávní a omezení je konvexní množina. Ukázali jsme si, že za předpokladu žádoucích statků a obyčejných substitutů je funkce užitku dokonce ryze kvazikonkávní (má ryze konvexní vrstevnice). To, že je rozpočtové omezení konvexní množinou

jsme uvedli výše. Můžeme tedy uvažovat existence globálního maxima funkce užitku.

Toto globální maximum bude jedinečné, pokud je funkce užitku ryze kvazikonkávní či omezení ryze konvexní množinou. Dostupné spotřební koše nepředstavují ryze konvexní množinu, protože pokud vezmeme dva libovolné maximálně dostupné spotřební koše, bude se jejich spojnice nacházet na hranici množiny dostupných spotřebních košů, a nikoliv uvnitř této množiny, jak by vyžadovala definice ryze konvexní množiny. Pokud neuvažujeme dokonalé substituty, je funkce užitku ryze kvazikonkávní. Můžeme tedy běžně předpokládat existenci jedinečného globálního maxima.

1.3 Maximalizace užitku ze spotřeby a Marshallova poptávka

Podmínky optimální volby při maximalizaci užitku ze spotřeby nejprve vyložíme na základě ryze ekonomické argumentace a dále ji budeme interpretovat geometricky. Nakonec podmínky formálně odvodíme.

Podstata ekonomického rozhodování je v každé situaci stejná a vždy se opírá o porovnávání dodatečných přínosů a dodatečných nákladů zvažované akce. Tato zvažovaná akce vždy přímo souvisí s věcnou podstatou řešeného ekonomického problému. V případě spotřeby statků a služeb je touto akcí myšlen nákup dodatečné jednotky nějakého statku nebo služby.

Pokud se domácnost rozhodne koupit další jednotku nějakého statku, je tomu tak z důvodu plánované vyšší spotřeby tohoto statku. Vyšší spotřebou daného statku se zvýší užitek domácnosti. Tento přírůstek užitku v důsledku vyšší spotřeby je dán mezním užitekem ze spotřeby. Dodatečný pozitivní efekt nákupu a spotřeby další jednotky určitého statku je tedy dán jeho mezním užitekem. Negativní efekt plyne z toho, že domácnost musí za účelem nákupu dodatečné jednotky daného statku zaplatit cenu tohoto statku, což znamená, že o tuto cenu se zvýší její celkové výdaje.

Představme si v této souvislosti, že by mezní užitek statku X v relaci k jeho ceně byl nižší než mezní užitek statku Y v relaci k jeho ceně: $MU_X/P_X < MU_Y/P_Y$. Jinými slovy, dodatečný přínos statku X vztažený k dodatečným nákladům na jeho získání by byl nižší než dodatečný přínos statku Y vztažený k dodatečným nákladům na jeho získání. Spotřebitel by byl v takovém případě motivován omezit spotřebu statku X a naopak zvýšit spotřebu statku Y. Pokles spotřeby statku X by vedl k růstu vzácnosti statku X a tedy k růstu jeho mezního užitku, a naopak růst spotřeby statku Y by vedl k poklesu jeho vzácnosti a tedy k poklesu jeho mezního užitku. Tím by se postupně dodatečné přínosy obou statků vztažené k dodatečným nákladům na jejich získání vyrovnaly.

Při opačné nerovnosti $MU_X/P_X > MU_Y/P_Y$, by byl spotřebitel naopak motivován zvyšovat spotřebu statku X na úkor statku Y. Růst spotřeby statku X by vedl k poklesu jeho mezního užitku a pokles spotřeby statku Y by vedl k růstu jeho mezního užitku.

Změna chování spotřebitele by tedy postupně vedla k vyrovnání dodatečných přínosů obou statků vztažených k dodatečným nákladům na jejich získání.

Z uvedeného tedy plyne, že jednou z podmínek maximalizace užitku ze spotřeby při volbě dvou statků bude: $MU_X/P_X = MU_Y/P_Y$. Druhou podmínkou je to, že pokud má spotřebitel dosáhnout maximálního užitku, musí maximálně využít své spotřební možnosti. To znamená, že musí vynakládat celý nominální důchod, který má k dispozici, musí být tedy splněno rozpočtové omezení: $I = P_X X + P_Y Y$.

Demonstrujme si první podmínku maximalizace užitku ze spotřeby na číselném příkladu. Uvažujme, že mezní užitek poslední spotřebovávané jednotky statku X je 25 a v případě statku Y je to hodnota 12. Uvažujme, že cena statku X je 7 a cena statku Y 11. Pokud dosadíme do uvedené podmínky, je zřejmé, že je porušena ve smyslu: $MU_X/P_X > MU_Y/P_Y$. Předpokládejme, že spotřebitel utrací veškerý příjem, který má k dispozici. Z toho plyne, že pro zvýšení spotřeby statku X musí nutně snížit spotřebu statku Y. Pokud by prodal (resp. nenakoupil) poslední jednotku statku Y, ušetřil by 11 a celkový užitek by se mu snížil o mezní užitek poslední jednotky statku Y, tedy o 12. Nyní si za částku 11 však může koupit jednu jednotku statku X, která stojí 7. Spotřeba této dodatečné jednotky statku X zvýší jeho celkový užitek o 25. Výsledkem tedy je, že 4 peněžní jednotky zbývají na další spotřebu (neuvažujeme celočíselné řešení) a přerozdělením spotřeby od

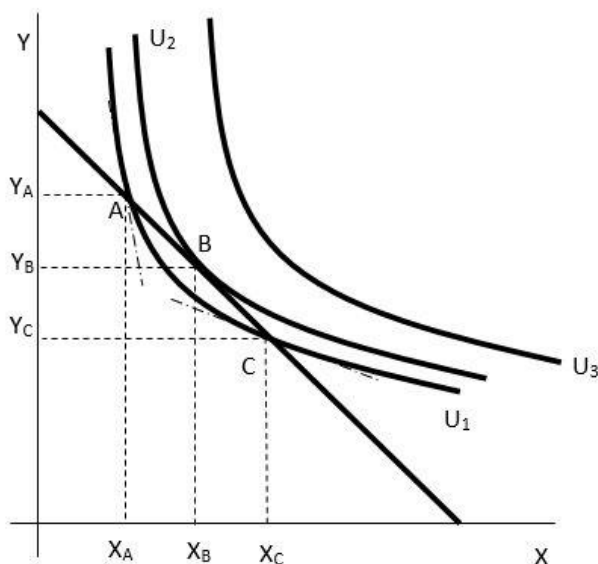
Y k X celkový užitek vzrostl o 13 jednotek. Spotřebitel si evidentně polepšil.

Podívejme se nyní na grafickou interpretaci podmínek optima. Na obrázku 1.7 je zachyceno rozpočtové omezení a tři hladiny užitku U_1 , U_2 , U_3 . Je zřejmé, že z uvedených možností by spotřebitel preferoval jakýkoliv spotřební koš na indifferenční křivce s hladinou užitku U_3 před jakýmkoliv spotřebním košem na zbývajících dvou indifferenčních křivkách. Nicméně, žádný spotřební koš na indifferenční křivce s hladinou užitku U_3 mu není dostupný, protože leží vně množiny dostupných spotřebních košů (vně množiny tržních příležitostí).

Spotřební koše A a C, jsou spotřebiteli dostupné, a dokonce by při nich plně využíval svůj nominální důchod, avšak evidentně v nich není splněna první podmínka optimální volby. V případě spotřebního koše A je patrné, že sklon indifferenční křivky je vyšší než sklon rozpočtového omezení (sklon indifferenční křivky je v grafu naznačen sklonem tečny v daných bodech), tedy mezní míra substituce ve spotřebě je vyšší než mezní míra substituce ve směně: $MRS_C > MRS_E$. Při dosazení za mezní míry substitucí to znamená, že $MU_X/MU_Y > P_X/P_Y$. To je stejná nerovnost jako ta, která byla podstatou výše uvedeného příkladu. Tento spotřební koš tedy obsahuje málo statku X a příliš statku Y a přerozdělením nominální důchodu mezi spotřebu statků X a Y spotřebitel zvýší svůj celkový užitek. Spotřební koš C představuje přesně opačnou nerovnost, a tento spotřební koš vzhledem k preferencím a cenám na trhu obsahuje příliš mnoho statku X a málo statku Y. Přerozdělením

příjmu mezi spotřebu statků X a Y lze opět dosáhnout vyššího celkového užitku ze spotřeby.

Podmínky optima jsou splněny jedině tam, kde se rozpočtové omezení a indifferenční křivka dotýkají, neboť v takové situaci je jednak využit celý nominální příjem a rovněž jsou shodné sklony obou funkcí, tedy mezní míra substituce ve směně a ve spotřebě. Snadno si můžeme všimnout, že příslušným přerozdělením spotřeby mezi statky X a Y vůči spotřebním košům A a C se postupně dostaneme ke spotřebnímu koši B, který leží na vyšší hladině užitku.



Obrázek 1.7: Optimum při maximalizaci užitku

Algebraické řešení získáme vyřešením úlohy vázaného extrému. Cílovou funkcí je funkce užitku $U = f(X, Y)$ a omezením je funkce rozpočtového omezení $I = P_X X + P_Y Y$. Již víme, že obě funkce mají vlastnosti takové, že můžeme uvažovat existenci jednoho globálního maxima. Technicky problém vázaného extrému vyřešíme tak, že si zformulujeme Lagrangeovu funkci, která je dána součtem cílové funkce a omezení, přičemž omezení připisujeme váhu danou tzv. Lagrangeovým multiplikátorem, který budeme značit λ :

$$\mathcal{L}(X, Y, \lambda) = f(X, Y) + \lambda[I - P_X X + P_Y Y]. \quad (1.9)$$

Proměnné X , Y a λ jsou endogenní proměnné, zatímco I , P_X a P_Y jsou exogenní proměnné. Endogenní proměnné v tom smyslu, že rozhodování spotřebitele určuje jejich výši a exogenní ve smyslu opačném.

Nutné podmínky maximalizace užitku, kterou jsme formulovali prostřednictvím Lagrangeovy funkce (1.9), získáme tak, že najdeme první parciální derivace podle endogenních proměnných a položíme je rovny nule. Postupně derivujeme dle X , Y a λ :

$$\frac{\partial \mathcal{L}(X, Y, \lambda)}{\partial X} = \frac{\partial f(X, Y)}{\partial X} - \lambda P_X,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(X, Y, \lambda)}{\partial Y} = \frac{\partial f(X, Y)}{\partial Y} - \lambda P_Y,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(X, Y, \lambda)}{\partial \lambda} = I - P_X X + P_Y Y.$$

Derivace funkce užitku podle jednoho či druhého statku jsou příslušné mezní užitky. Pokud první derivace vyrovnáme nule, nutné podmínky maximalizace funkce užitku při rozpočtovém omezení jsou:

$$MU_X = \lambda P_X, \quad (1.10a)$$

$$MU_Y = \lambda P_Y, \quad (1.10b)$$

$$I = P_X X + P_Y Y. \quad (1.10c)$$

Pokud propojíme první dvě podmínky, (1.10a) a (1.10b), získáme vyrovnaní mezní míry substituce ve spotřebě s mezní mírou substituce ve směně. Třetí podmínka je rozpočtové omezení.

Lagrangeův multiplikátor λ má sám o sobě ekonomickou interpretaci. Pokud si vyjádříme derivaci Lagrangiánu (1.9) podle nominálního příjmu, získáme:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(X, Y, \lambda)}{\partial I} = \lambda,$$

Lagrangeův multiplikátor tedy vyjadřuje vliv změny nominálního důchodu na hodnotu užitku v optimu. Tento závěr je obecný. Lagrangeův multiplikátor vždy vyjadřuje vliv omezení na hodnotu cílové funkce.

Uplatněme výše uvedený postup na konkrétní případ funkce užitku. Uvažujme, že užitek je dán funkcí $U = X^\alpha Y^{(1-\alpha)}$, kde α vyjadřuje elasticitu ve smyslu reakce užitku na změnu množství statku X ve spotřebním koši, $1-\alpha$ vyjadřuje elasticitu ve smyslu reakce užitku na změnu množství statku Y ve spotřebním koši.

Platí, že α je z otevřeného intervalu 0 až 1. Uvažujme obecné zadání, nepočítáme tedy s konkrétní výší nominálního příjmu a cen. Podmínky (1.10a) – (1.10c) budou mít tvar:

$$\alpha X^{\alpha-1} Y^{1-\alpha} = \lambda P_X,$$

$$(1 - \alpha) X^\alpha Y^{-\alpha} = \lambda P_Y,$$

$$I = P_X X + P_Y Y.$$

Z prvních dvou podmínek, lze vyjádřit např. $Y:Y = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{P_X}{P_Y} X$. Pokud tento výraz dosadíme do poslední podmínky, rozpočtového omezení, získáme:

$$X = \alpha \frac{I}{P_X}. \quad (1.11)$$

Funkce (1.11), která je řešením optimalizační úlohy maximalizace užitku ze spotřeby při výše uvedené funkci užitku, vyjadřuje optimální množství statku X, které spotřebitel bude nakupovat při daném důchodu, ceně statku X a parametru α . Jedná se o funkci poptávky po statku X. Pokud řešení pro X dosadíme do výše uvedeného výrazu pro Y, získáme poptávku po statku Y:

$$Y = (1 - \alpha) \frac{I}{P_Y}. \quad (1.12)$$

Pokud bychom uvažovali konkrétní zadání, tedy konkrétní hodnotu důchodu a cen, řešením by byla konkrétní optimální množství statků X a Y. My jsme však uvažovali obecné zadání, výsledkem jsou potom funkce poptávky.