

Kit Yates

Matematika pro život



Matematika pro život

Vyšlo také v tištěné verzi

Objednat můžete na
www.knihazlin.cz
www.albatrosmedia.cz

 KNIHA ZLIN

Kit Yates
Matematika pro život – e-kniha
Copyright © Albatros Media a. s., 2021

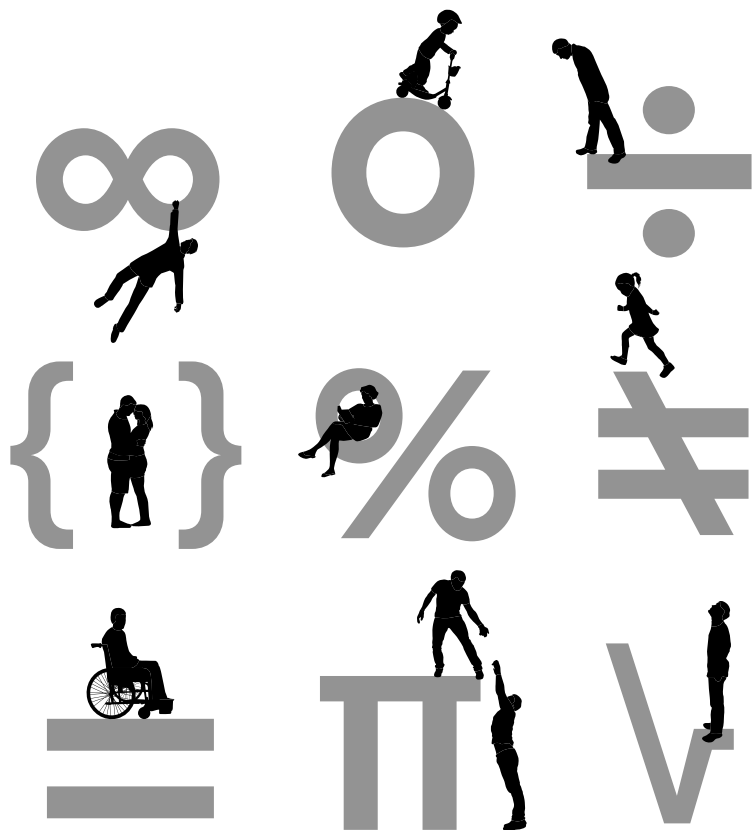
Všechna práva vyhrazena.
Žádná část této publikace nesmí být rozšiřována
bez písemného souhlasu majitelů práv.


ALBATROS MEDIA

tema

Kit Yates

**Matematika
pro život**



Přeložil Marek Pechal

≡ KNIHA ZLIN

*Mým rodičům Timovi, Nancy a Mary,
kteří mě naučili číst, a mé sestře Lucy,
kteřá mě naučila psát.*

Obsah

Úvod

Téměř všechno | 9

1. Exponenciální myšlení

Úžasná moc a alarmující limity exponenciálního chování | 17

2. Senzitivita, specifická a oponentní posudky

Proč matematika dodává medicíně na důležitosti | 53

3. Zákony matematiky

Role matematiky v justici | 97

4. Nevěřte pravdě

Odhalení podstaty mediálních statistik | 137

5. Ve špatnou dobu na špatném místě

O vývoji číselných systémů a jak nás klamou | 179

6. Neúprosná optimalizace

Neomezený potenciál algoritmů,
od evoluce k elektronickému obchodování | 215

7. Náchylní, infekční, odstranění

Zkročení nemocí je v našich rukou | 255

Závěr

Matematická emancipace

Poděkování | 297

Citace | 301

Téměř všechno

Můj čtyřletý syn si moc rád hraje na zahradě. Jeho nejoblíbenější zábavou je vyhrabávat a zkoumat různé lezoucí potvůrky, obzvláště hlemýždě. Když je dost trpělivý, živočichové se po počátečním šoku z vyrušení opatrně vynoří z bezpečí svých ulit, začnou klouzat po jeho ručce a zanechávat za sebou lepkavé slizové stopy. Nakonec, když ho přestanou bavit, je trochu necitlivě zahodí na hromadu kompostu nebo na hranici dříví za kůlnou.

Minulý rok na konci září, když jsem právě řezal dřevo na podpal, za mnou přišel po obzvláště náročné směně, při které objevil a pak zase zahodil pět nebo šest velkých exemplářů, a zeptal se: „Tati, kolik šneků je tu na zahradě?“ Ošidně jednoduchá otázka, na kterou jsem neměl pořádnou odpověď. Mohlo jich tu být sto nebo taky tisíc. Upřímně řečeno by v tom pro něj nebyl žádný rozdíl. Přesto mě ta otázka zaujala. Jak bychom na to mohli společně přijít?

Rozhodli jsme se provést pokus. Následující sobotu ráno jsme se vydali sbírat hlemýždě. Za deset minut jsme měli celkem 23 plžů. Ze zadní kapsy kalhot jsem vytáhl fix a na záda každého jsem udělal nepatrný křížek. Když byli všichni označení, vyklopili jsme kbelík a hlemýždě vypustili zpátky do zahrady.

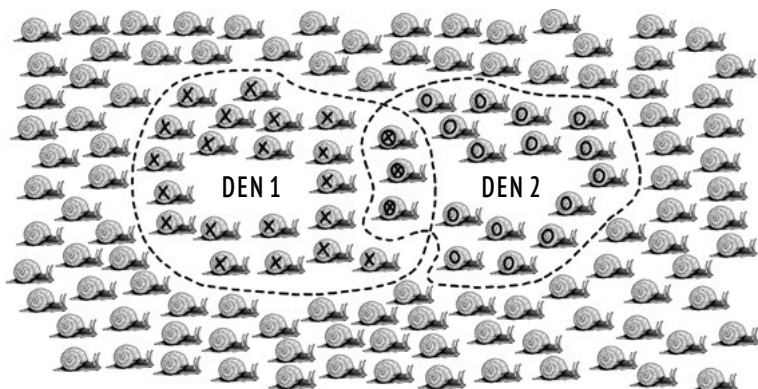
O týden později jsme šli na další obchůzku. Tentokrát nám desetiminutové sbírání vyneslo jen 18 hlemýžďů. Když jsme je podrobně prozkoumali, našli jsme tři s křížky na ulitách, zatímco ostatních 15 bylo neposkrvněných. To byly všechny údaje, které jsme potřebovali pro náš výpočet.

Myšlenka je následující: počet hlemýžďů, které jsme nachytili první den, 23, je nějaký daný zlomek celkové populace na zahradě, kterou chceme odhadnout. Pokud se nám podaří určit tento zlomek, můžeme potom vynásobením počtu odchycených hlemýžďů stanovit celkovou populaci na zahradě. K tomu použijeme druhý vzorek (ten, který jsme nabrali následující sobotu). Podíl označených jedinců v tomto vzorku, $3/18$, by měl odpovídat podílu označených jedinců v celé zahradě. Když tento podíl zjednodušíme, zjistíme, že označení hlemýždi představují jednu šestinu celkové populace (což můžete názorně vidět na obrázku 1). Takže vynásobíme počet označených jedinců chycených první den, tedy 23, šesti a získáme odhad celkového počtu hlemýžďů na zahradě, což je 138.

Když jsem si tohle v hlavě spočítal, obrátil jsem se k synovi, který se „staral“ o nachytané hlemýžďe. Zajímalo mě, jak zareaguje na to, že nám na zahradě žije zhruba 138 šneků? „Tati,“ řekl a hleděl na úlomky ulity nalepené na svých prstech, „já ho umřel.“ Tak tedy 137.

Tuto jednoduchou matematickou metodu, známou jako zpětný odchyt, používají ekologové k odhadu velikosti zvířecích populací. Tento postup můžete použít sami tak, že odeberete dva nezávislé vzorky a srovnáte, nakolik se překrývají. Třeba kdybyste chtěli odhadnout počet lístků do tomboly prodaných na místní slavnosti nebo počet návštěvníků na fotbalovém zápase pomocí útržků z lístků místo zdlouhavého počítání osob.

Metoda zpětného odchytu se používá i v seriózních vědeckých projektech. Může nám například dát důležité informace



Obrázek 1: Poměr (3 : 18) počtu hlemýžďů opětovně odchycených (označení X) k celkovému počtu šneků nacytaných druhý den (označení O) by měl být stejný jako poměr (23 : 138) počtu šneků nacytaných první den (označení X) k celkovému počtu hlemýžďů na zahradě (označení i neoznačení).

o měnících se stavech ohrožených druhů. Poskytnutím odhadu počtu ryb v jezeře¹ dokáže pomoci rybářským spolkům rozhodnout, kolik vydat povolenek. Tato metoda je tak účinná, že se její použití rozšířilo i mimo ekologii, například pro získávání všelijakých přesných odhadů, od počtu lidí závislých na drogách² po počty mrtvých ve válce v Kosovu³. Takové jsou praktické možnosti, které nám poskytují jednoduché matematické koncepty. Toto je druh myšlenek, které budeme zkoumat v této knize a které běžně využívám ve svém každodenním povolání matematického biologa.

*

Když lidem řeknu, že jsem matematický biolog, většinou reagují zdvořilým pokýváním hlavou doprovázeným trapným tichem, jako bych se je chystal zkoušet z kvadratických rovnic nebo Pythagorovy věty. Jsou zastrášení a nechápou, jak může mít taková disciplína jako matematika, kterou považují za abstraktní, čistou a nadpozemskou, co do činění s předmětem, jako

je biologie, která se obvykle představuje jako praktická, špinavá a věcná. Tato umělá dvojakost se často poprvé objevuje ve škole: pokud jste měli rádi přírodní vědy, ale nešla vám algebra, směřovali vás k biologii. Jestli vás tak jako mě bavily přírodní vědy, ale nechťelo se vám pitvat mrtvé věci (jednou jsem omdlel na začátku hodiny, když jsem vešel do laboratoře a uviděl na svém pracovním stole rybí hlavu), vedli vás k fyzice, chemii nebo geologii. Tyto dvě cesty se pak už nikdy nestřetnou.

Tohle se stalo i mně. Ke konci střední školy jsem se přestal zabývat biologií a maturoval jsem z matematiky, pokročilé matematiky, fyziky a chemie. Na univerzitě jsem si musel předměty ještě více zorganizovat a bylo mi líto, že biologii nechávám navždy za sebou; předmět, o kterém jsem si myslel, že má neuvěřitelnou schopnost zlepšovat lidské životy. Byl jsem sice ohromně nadšený z možnosti ponořit se do světa matematiky, ale zároveň jsem se nemohl zbavit dojmu, že si volím předmět se zdánlivě velmi omezeným praktickým využitím. Nemohl jsem být dále od pravdy.

Prokousával jsem se čistou matematikou, kterou nám přednášeli na univerzitě, a učil se nazpaměť důkaz věty o střední hodnotě nebo definici vektorového prostoru, ale žil jsem pro přednášky z aplikované matematiky. Naslouchal jsem přednášejícím, jak vysvětlují matematiku používanou inženýry pro stavbu mostů, aby nekmitaly a nehroutily se ve větru, nebo pro konstrukci křídél, aby letadla nepadala z nebe. Naučil jsem se kvantovou mechaniku, kterou fyzici používají k pochopení podivných jevů na subatomární úrovni, a speciální teorii relativity, která zkoumá zvláštní důsledky neměnnosti rychlosti světla. Zapsal jsem si přednášky vysvětlující využití matematiky v chemii, finančnictví a ekonomii. Četl jsem si o tom, jak používáme matematiku ve sportu ke zlepšení výkonu našich špičkových atletů a ve filmech k vytváření počítačem genero-

vaných scén, které by reálně nemohly existovat. Zkrátka jsem se naučil, že matematika se dá použít k popisu téměř všeho.

Ve třetím roce studia jsem měl to štěstí zapsat se na přednášky z matematické biologie. Přednášejícím byl Philip Maini, charismatický severoirský profesor, kterému bylo něco přes čtyřicet. Byl nejen přední postavou ve svém oboru (později byl zvolen členem Královské společnosti), ale zjevně svůj obor miloval a jeho nadšení se šířilo mezi studenty v posluchárně.

Kromě matematické biologie mě Philip také naučil, že matematici jsou lidské bytosti s city, a ne bezduché automaty, za jaké bývají často vydáváni. Jak to jednou vyjádřil maďarský odborník na teorii pravděpodobnosti Alfréd Rényi, matematik je více než „stroj na přeměnu kávy v matematické věty“. Když jsem seděl ve Philipově kanceláři a čekal na začátek přijímacího pohovoru na doktorandské místo, prohlížel jsem si množství zarámovaných odmítavých dopisů visících na stěně. Kdysi je dostal od klubů Premier League, do nichž se v žertu hlásil na uvolněné manažerské pozice. Nakonec jsme si povídali spíše o fotbale než o matematice.

Především mi ale Philip v tomto bodě mého akademického vzdělávání pomohl znovu se sblížit s biologií. Během svého doktorandského studia jsem pod jeho vedením pracoval na všem, od pozorování rojení sarančat a způsobů, jak je zastavit, po předvídaní složité choreografie vývoje savčího embrya a ničivých důsledků toho, když její jednotlivé kroky vypadnou z rytmu. Vytvářel jsem modely vysvětlující, jak ptačí vejce získávají své krásné pigmentové vzory, a psal algoritmy pro sledování pohybu volně plovoucích bakterií. Simuloval jsem, jak parazité unikají našemu imunitnímu systému, a modeloval způsob, jakým se smrtelné choroby šíří populací. Práce, kterou jsem začal během svého doktorandského studia, se stala základem mé další kariéry. Těmito i dalšími fascinujícími

oblastmi biologie se zabývám i nadále, teď už se svými vlastními doktorandy na pozici docenta aplikované matematiky na University of Bath.

*

Coby aplikovaný matematik se dívám na matematiku především jako na praktický nástroj k pochopení našeho složitého světa. Matematické modelování nám může poskytnout výhody v každodenních situacích a dosáhnout toho nemusí vyžadovat stovky nudných rovnic nebo řádků počítačového kódu. Matematika je ve své nejhlubší podstatě vzorec. Kdykoliv se podíváte na svět, tvoříte si svůj vlastní model pozorovaných vzorců. Když zahlédnete motiv ve fraktálních větvích stromu nebo v mnohočetné symetrii sněhové vločky, vidíte matematiku. Když si podupáváte nohou do rytmu melodie nebo když se váš hlas rozléhá a rezonuje při zpívání ve sprše, slyšíte matematiku. Když kopnete míč s falší do brány nebo chytíte kriketový míček na jeho parabolické trajektorii, pracujete s matematikou. S každou novou zkušeností, s každým smyslovým vjemem se model, který jste si vytvořili o svém prostředí, vylepšuje, předělává a stává se stále podrobnějším a komplexnějším. Tvoření matematických modelů navržených tak, aby zachytily naši složitou realitu, je nejlepším způsobem, který máme k dispozici pro pochopení pravidel řídících svět kolem nás.

Mám za to, že nejjednoduššími a nejdůležitějšími z modelů jsou příběhy a analogie. Klíčem k ilustraci vlivu nepozorovaných podtónů matematiky je předvést jejich dopady na lidské životy: od nevšedního ke každodennímu. Při správném úhlu pohledu můžeme začít objevovat skrytá matematická pravidla, na kterých jsou založené naše běžné prožitky.

Sedm kapitol této knihy zkoumá skutečné příběhy zlomových událostí, v nichž použití (ať správné, či nesprávné) matematiky hrálo klíčovou roli: pacienti zmražení fyzicky vadnými

geny a podnikatelé finančně vadnými algoritmy; nevinné oběti justičních omylů a bezděčné oběti softwarových závad. Budeme sledovat příběhy investorů, kteří přišli na mizinu, a rodičů, kteří přišli o děti, a to vše kvůli nepochopení matematiky. Popere-me se s etickými dilematy od plošných zdravotních screeningů po překrucování statistiky a prozkoumáme relevantní společenské otázky, jakými jsou politická referenda, prevence chorob, trestní spravedlnost a umělá inteligence. Tato kniha ukáže, že matematika má co říct ke všem těmto tématům a nejen k nim.

Nebudu jen poukazovat na to, kde všude by se matematika mohla vynořit. Na těchto stránkách vás vyzbrojím jednoduchými matematickými pravidly a nástroji, které vám mohou pomoci ve vašem každodenním životě: od toho, jak si vybrat nejlepší místo ve vlaku, k tomu, jak si zachovat chladnou hlavu, když od lékaře dostaneme neočekávané výsledky zdravotních testů. Navrhnou vám jednoduché způsoby, jak předejít početním chybám, a pak si ušpiníme ruce tiskařskou barvou při rozplétání cifer stojících za novinovými titulky. Také se zbližka seznámíme s matematikou komerční genetiky a budeme pozorovat matematiku při objasňování kroků, které nám mohou pomoci zastavit šíření smrtelné choroby.

Jak jste již doufám pochopili, tohle není matematická kniha. Není to ani kniha pro matematiky. Na těchto stránkách nenajdete jedinou rovnici. Smyslem této knihy není oživit vzpomínky na hodiny matematiky, které jste možná vzdali před dlouhými lety. Právě naopak. Pokud jste se někdy cítili bezmocní a byl vám vštípen pocit, že se do matematiky nemůžete zapojit nebo že v ní nejste dobří, berte tuto knihu jako osvobození.

Já skutečně věřím, že matematika je pro každého a že všichni dokážeme ocenit její krásu ležící v jádru složitých situací, které denně zažíváme. Jak uvidíme v následujících kapitolách,

matematika je falešným poplachem znějícím nám v hlavách a také falešnou jistotou, která nám dovoluje v noci spát; příběhy, které nám cpou sociální média i memy, které se těmito médii šíří. Matematika jsou trhliny v zákoně i jehla, která je zašívá; technologie, která zachraňuje životy, i omyly, které je ohrožují; epidemie smrtelné nemoci i strategie pro její zvládnutí. Je naší nadějí, jak nejlépe odpovědět na nejhlubší otázky o záhadách vesmíru a tajemstvích našeho vlastního živočišného druhu. Vede nás na nesčíslných cestách našich životů a čeká hned za oponou, aby s námi byla i při našem posledním vydechnutí.

Exponenciální myšlení

Úžasná moc a alarmující limity exponenciálního chování

Darren Caddick je učitel autoškoly z Caldicotu, malého města v jižním Walesu. V roce 2009 za ním přišel kamarád s výhodnou nabídkou. Když přispěje pouhé 3 000 liber do místního investičního sdružení a přesvědčí dva další lidi, aby udělali totéž, už za pár týdnů se mu vrátí 23 000 liber. Zpočátku se to Caddickovi zdálo příliš dobré, než aby to byla pravda, a tak pokušení vzdoroval. Nakonec ho ale kamarádi přesvědčili, že „na tom nikdo neztratí, protože ten systém bude prostě pokračovat dál a dál“, a tak se rozhodl zapojit. Přišel o všechno a i po deseti letech stále pocituje následky.

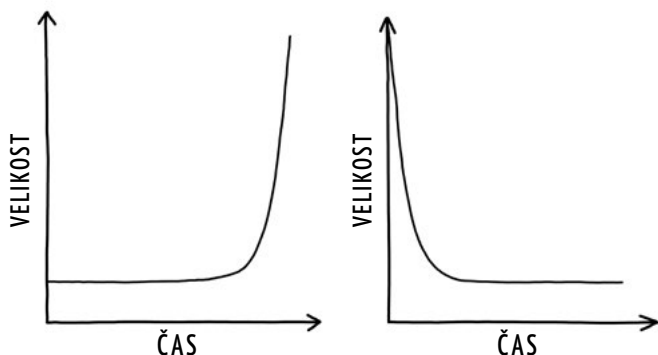
Caddick se nevědomky ocitl ve víru pyramidové hry, která nemohla „prostě pokračovat“. Toto schéma anglicky nazývané „Give and Take“ (Vlož a získej; pozn. překl.) odstartovalo v roce 2008, za necelý rok mu došli noví investoři a zkolabovalo. Předtím ale vysálo 21 milionů liber od více než deseti tisíc investorů napříč Spojeným královstvím, z nichž 90 % ztratilo svůj třítisícový vklad. Investiční schémata závisející na tom, že investoři naverbují další členy, aby si zajistili vlastní zisk, jsou předurčena ke krachu. Počet nových investorů potřebných na každém stupni narůstá úměrně počtu lidí, kteří

již ve hře jsou. Po patnácti náborových kolech by v takovéto pyramidě bylo přes deset tisíc lidí. Ačkoliv to zní jako velké množství, bylo jej hrou „Give and Take“ dosaženo hravě. Po dalších patnácti kolech by však musel investovat každý sedmý člověk na planetě, aby se toto schéma udrželo. Tento druh velmi rychlého růstu, který nevyhnutelně vedl k nedostatku nových rekrutů a konečnému kolapsu celého schématu, se nazývá exponenciální růst.

Nemá cenu plakat nad rozlitym mlékem

Říkáme, že něco roste exponenciálně, pokud to narůstá tempem úměrným současné velikosti. Představte si například, že když ráno otevřete lahev mléka, vnikne do ní jediná buňka bakterie *Streptococcus faecalis*, než stihnete zašroubovat víčko. *Strep f.* je jedna z bakterií zodpovědných za kysnutí a srážení mléka, ale jedna buňka snad není nic vážného, že? ⁴ Možná vás to zneklidní více, když zjistíte, že buňky *Strep f.* se mohou v mléce každou hodinu rozdělit na dvě dceřiné buňky. ⁵ Počet buněk v každé generaci narůstá úměrně jejich současnému počtu, takže jejich množství roste exponenciálně.

Křivka, která popisuje růst exponenciálně se zvětšující veličiny, připomíná rampu používanou bruslaři, skateboardisty a BMX cyklisty. Nejdříve je sklon rampy velmi mírný – křivka je velice plochá a zvedá se jen pozvolna (jak můžete vidět na první křivce na obrázku 2). Po dvou hodinách máte v mléce čtyři buňky *Strep f.* a po čtyřech hodinách je jich tam pořád jen šestnáct, což nezní jako velký problém. Avšak tak jako u zmíněné rampy, výška exponenciální křivky a její sklon vzrůstá velice rychle. Exponenciálně rostoucí veličiny se mohou zpočátku zvětšovat zdánlivě pomalu, ale později odstartují na první pohled nečekaným způsobem. Pokud necháte své mlé-



Obrázek 2: Křivky exponenciálního růstu (vlevo) a poklesu (vpravo) připomínající písmeno J.

ko stát stranou osmačtyřicet hodin a exponenciální nárůst buněk *Strep f.* bude pokračovat, když si jej budete chtít nalít na cereálie, může v lahvi být téměř tisíc bilionů buněk – dost na to, aby vám to zkazilo nejen mléko, ale i náladu. V tomto okamžiku by buňky v mléce převyšovaly počtem lidstvo v poměru 40 000 : 1. Exponenciální křivky se občas kvůli svému strmě stoupajícímu tvaru přirovnávají k písmenu J. Samozřejmě zatímco bakterie spotřebovávají živiny v mléce a mění jeho pH, jejich životní podmínky se postupně horší a exponenciální růst se tedy může udržet jen na poměrně krátkou dobu. Skutečně, v téměř každé reálné situaci je dlouhodobý exponenciální růst neudržitelný a v mnoha případech je škodlivý, protože to, co takto roste, nepříjemně spotřebovává zdroje. Například stálý exponenciální nárůst buněk v těle je typickou známkou rakoviny.

Dalším příkladem exponenciální křivky je druh vodní skluzavky, anglicky nazývané „free fall waterslide“, která je zpočátku tak strmá, že na ní máte pocit volného pádu (free fall). Tentokrát když sjíždíme po skluzavce, opisujeme křivku

exponenciálního *poklesu* namísto exponenciálního *růstu* (příklad takového grafu vidíte ve druhé části obrázku 2). Exponenciální pokles nastává, když se veličina *zmenšuje* tempem úměrným své současné velikosti. Představte si, že otevřete pytlík bonbonů M&M, vysypete je na stůl a sníte všechny pamlsky, které přistály písmenem M nahoru. Zbytek vraťte do sáčku. Příští den jím zatřeste a znovu bonbony vysypejte. Opět snězte ty s písmenem M nahoře a zbytek vraťte. Pokaždé když pytlík vysypete, sníte takto zhruba polovinu zbývajících bonbonů nezávisle na tom, s kolika jste začínali. Počet cukrátek tedy klesá úměrně jejich zbývajícimu množství, což vede k jeho exponenciálnímu poklesu. Stejně tak naše exponenciální skluzavka začíná vysoko a téměř svisle, takže na ní ztrácíme výšku velmi rychle; když máme hodně bonbonů, také jich hodně sníme. Avšak sklon křivky se postupně stále zmenšuje, až je ke konci skluzavka téměř vodorovná; čím méně bonbonů nám zbývá, tím méně jich můžeme každý den sníst. I když to, jestli každý jednotlivý bonbon přistane písmenem M nahoru nebo dolů, je náhodné a nepředvídatelné, z počtu cukrátek, která nám postupem času zbývají, se vynořuje předvídatelná skluzavková křivka exponenciálního poklesu.

V této kapitole odhalíme skryté souvislosti mezi exponenciálním chováním a každodenními jevy: šířením nemoci populací nebo memu internetem; rychlým růstem embrya nebo až příliš pomalým množením peněz na našich bankovních účtech; způsobem, jakým vnímáme čas, a dokonce i výbuchem atomové bomby. Postupně odkryjeme úplnou tragédii pyramidové hry „Give and Take“. Příběhy lidí, jejichž peníze vysála a spolkla, pomáhají ukázat, jak velice důležité je umět myslet exponenciálně. To nám posléze umožní předvídat občas překvapivé změny tempa v moderním světě.

Záležitost velkého významu

Při těch až příliš vzácných příležitostech, kdy se mi podaří uložit do banky peníze, nacházím útěchu ve skutečnosti, že ať už tam mám sebemenší sumu, vždy roste exponenciálně. Bankovní účet je opravdu jedno z míst, kde neexistuje limit exponenciálního růstu, alespoň na papíře. Pokud je úrok složený (tj. úrok je přidán na účet a sám vynáší úrok), potom množství na účtu narůstá úměrně současnému stavu – znak exponenciálního růstu. Jak to vyjádřil Benjamin Franklin: „Peníze dělají peníze a peníze vydělané penězi dělají ještě více peněz.“ Pokud byste mohli počkat dostatečně dlouho, sebemenší investice by vám vydělala jmění. Ale zatím ještě své peníze, uložené ve slámíku na horší časy, do banky nenoste. Jestliže vložíte 100 liber při úroku 1 % za rok, trvalo by 900 let, než z vás budou miliónáři. I když si exponenciální vývoj často spojujeme s rychlým růstem, pokud jsou tempo nárůstu a počáteční investice malé, může se exponenciální růst jevit opravdu pomalý.

Odvrácenou stranou pak je fakt, že se z půjček účtuje pevný (a často dost vysoký) úrok, a proto dluhy z kreditní karty mohou také růst exponenciálně. Tak jako u hypoték, čím dříve svůj kreditní dluh vyrovnáte a čím více zaplatíte na úplném začátku, tím méně nakonec celkem utratíte, protože exponenciálnímu růstu nedáte šanci odstartovat.

*

Splácení hypoték a vyrovnávání se s dalšími dluhy byly jedny z hlavních důvodů, které oběti schématu „Give and Take“ udávaly pro své zapojení do hry. Pokušení rychle a jednoduše vydělat peníze a omezit tak finanční nouzi bylo pro mnohé neodolatelné, a to i přes sžíravé podezření, že něco není úplně v pořádku. Jak přiznává Caddick: „Tady opravdu, ale opravdu

platí staré rčení o tom, že když něco vypadá příliš dobře, než aby to byla pravda, tak to tak nejspíš je.“

Autorky tohoto schématu, důchodkyně Laura Foxová a Carol Chalmersová, byly kamarádky už od klášterní katolické školy. Tyto dvě opory místní společnosti – jedna viceprezidentka místního Rotary klubu, ta druhá všemi vážená babička – věděly přesně, co dělají, když zřídily své podvodné investiční schéma. „Give and Take“ bylo chytře vymyšleno tak, aby navnadilo možné investory a přitom zakrylo nástrahy. Na rozdíl od tradiční dvouúrovňové pyramidové hry, ve které osoba na vrcholu řetězce bere peníze přímo od investorů, které naverbovala, „Give and Take“ fungovalo jako čtyřúrovňové „letadlo“. V letadlovém schématu se osobě na vrcholu říká „pilot“. Ten rekrutuje dva „kopiloty“, z nichž každý nabere dva „členy posádky“ a ti pak každý dva „pasažéry“. Ve schématu Foxové a Chalmersové, jakmile byla celá hierarchie patnácti lidí kompletní, osm pasažérů zaplatilo svých 3 000 liber organizátorům, kteří pak předali obrovský zisk 23 000 liber prvotnímu investorovi a 1 000 si podrželi. Část těchto peněz byla darována na charitu a dopisy od takových organizací jako NSPCC (National Society for the Prevention of Cruelty to Children, tj. Národní společnost pro prevenci týrání dětí; pozn. překl.) dodávaly hře na legitimitě. Další část si organizátoři ponechali, aby zajistili hladké fungování schématu.

Když piloti dostali svou výplatu, vystoupili ze hry, kopiloti byli povýšeni na piloty a čekali na nábor osmi nových pasažérů na spodku svého řetězce. Letadlová schémata jsou pro investory obzvláště lákavá, protože novým členům stačí nabrat jen dva další lidi, aby svůj vklad znásobili osmi (i když samozřejmě každý z těch dvou musí naverbovat další dva, a tak dále). Jiná, plošší schémata vyžadují od každého mnohem více náborového úsilí při stejném výnosu. Strmá čtyřúrovňová struktura

schématu „Give and Take“ znamenala, že členové posádky nikdy nedostávali peníze přímo od pasažérů, které sami nabrali. Jelikož noví rekruti jsou s velkou pravděpodobností přátelé a příbuzní členů posádky, tento způsob zaručuje, že peníze se nikdy nepředávají mezi blízkými osobami. Toto oddělení pasažérů od pilotů, jejichž výplatu financují, dělá nábor jednodušší a snižuje pravděpodobnost odvety. To pak činí ze hry lákavější investiční příležitost a usnadňuje nábor tisíců investorů.

Zároveň mnozí vkladatelé získali důvěru potřebnou k investici do hry „Give and Take“ z příběhů o dřívějších úspěšných výplatách a někdy i sledováním takových výplat na vlastní oči. Organizátorky schématu Foxová a Chalmersová pořádaly okázalé soukromé večírky v hotelu Somerset, který patřil Chalmersové. Letáky rozdávané na těchto večírcích ukazovaly fotky hráčů rozvalujících se na postelích pokrytých bankovkami nebo mávajících do objektivu hrstmi padesátilibrovek. Organizátorky také na každý večírek pozvaly jednu z „nevěst“ – osob (hlavně žen), které to dotáhly na pilotky svých pyramidových skupin a měly obdržet svou výplatu. Nevěsty pak dostaly před publikem dvou set až tří set potenciálních investorů řadu čtyř jednoduchých otázek, jako například „Která část Pinocchiova těla naroste pokaždé, když zalže?“

Tato „vědomostní“ stránka schématu měla údajně využívat skulinu v zákoně, která, jak se Foxová s Chalmersovou domnívaly, dovoľovala takovéto investice, pokud v nich hrála roli „dovednost“. Na videu natočeném při jedné takové akci na mobilní telefon je slyšet Foxovou vykřikovat: „Hrajeme v našich vlastních domovech, a tím je to legální!“ Mýlila se. Miles Bennet, právník obžaloby v tomto případě, vysvětluje: „Ten kvíz byl tak jednoduchý, že nikdo z lidí, kteří byli na řadě s výplatou, neodešel bez peněz. Mohli si dokonce přizvat přítele nebo člena komise, aby jim s otázkou pomohl. A členové komise znali odpovědi!“

To ale Foxové a Chalmersové nezabránilo, aby těchto výplatních večírků využívaly k rozjetí své jednoduché virální marketingové kampaně. Když mnozí z pozvaných hostů viděli nevěsty přebírat šeky na 23 000 liber, sami investovali a přesvědčili své přátele a rodiny, aby udělali totéž, a vytvořili tak pod nimi jejich pyramidu. Pokud by každý nový investor předal žezlo dvěma nebo více dalším, schéma by pokračovalo donekonečna. Když s ním Foxová a Chalmersová na jaře roku 2008 začínaly, byly jedinými dvěma pilotkami. Brzy přesvědčily přátele, aby investovali a pomáhali jim schéma organizovat, a tak na palubě přibyli další čtyři lidé. Ti čtyři pak nabrali dalších osm, pak šestnáct a tak dále. Toto exponenciální zdvojování počtu nových rekrutů hodně připomíná množení buněk rostoucího embrya.

Exponenciální embryo

Když moje manželka čekala naše první dítě, byli jsme stejně jako mnozí prvorodiče posedlí tím, co se v břiše mé ženy děje. Půjčili jsme si ultrazvukový srdeční monitor, abychom mohli poslouchat tlukot srdce našeho děťátka; přihlásili jsme se na klinické testy, abychom mohli podstoupit dodatečná vyšetření; pročítali jsme na internetu stránku za stránkou o tom, co se s naší dcerou děje, když roste a denně způsobuje mé manželce nevolnosti. K našim oblíbeným patřily články typu „Jak velké je vaše dítě?“, které každý týden těhotenství přirovnávají velikost nenarozeného dítěte k běžným plodům ovoce, zeleniny nebo jiným vhodným potravinám. Dávají nenarozeným plodům budoucích rodičů konkrétní podobu poznámkami jako třeba „Při váze padesát gramů a míře devět centimetrů je váš andílek veliký zhruba jako citron“, nebo „Váš drahý tuří-

nek teď váží asi jedno a půl deka a od hlavy k patě měří třináct centimetrů“.

Co mě na těchto přirovnáních zaujalo nejvíce, byla rychlost, s jakou se udávané velikosti týden od týdne mění. Ve čtvrtém týdnu je dítě veliké přibližně jako zrnko máku, ale do pátého se nafoukne do velikosti sezamového semínka! To představuje šestnáctinásobný nárůst objemu během jediného týdne.

Tento rychlý růst by nás však možná neměl překvapit. Když je vajíčko oplodněno spermií, výsledná zygota podstupuje sérii buněčných dělení nazývanou rýhování, která umožňuje prudce zvýšit počet buněk vyvíjejícího se embrya. Nejdříve se rozdělí na dvě buňky. O osm hodin později se tyto rozdělí na čtyři a za dalších osm hodin se ze čtyř buněk stane osm, z těch zanedlouho šestnáct a tak dále – je to přesně jako s počtem nových investorů v pyramidové hře. Dělení probíhají v celé zygotě téměř současně a následují po sobě každých osm hodin. Množství buněk embrya tedy v každém okamžiku roste úměrně jejich současnému počtu: z čím většího počtu buněk se skládá, tím více buněk vzniká v každém následujícím kole dělení. V tomto případě, jelikož každá buňka vytváří dělením dvě dceřiné buňky, je faktor, kterým se počet buněk násobí, roven dvěma. Jinými slovy, velikost embrya se v každé generaci zdvojuje.

V průběhu lidské gestace je naštěstí doba, po kterou embryo roste exponenciálně, poměrně krátká. Pokud by mělo pokračovat v růstu stejným exponenciálním tempem po celou dobu těhotenství, výsledkem 840 vzájemně sladěných buněčných dělení by bylo „superdítě“ sestávající z 10^{253} buněk. Abychom to uvedli do souvislosti, pokud by každý atom ve vesmíru byl sám kopií celého vesmíru, celkový počet atomů ve všech těchto vesmírech by se zhruba rovnal počtu buněk našeho „superdítěte“. Buněčné dělení přirozeně zpomalí, jakmile v životě embrya

začnou probíhat komplikovanější procesy. Ve skutečnosti se počet buněk průměrného novorozence dá odhadnout na poměrně skromné dva biliony. Takového počtu by se dalo dosáhnout po méně než jednačtyřiceti kolech dělení.

Ničitel světů

Exponenciální růst je nezbytný pro rychlé množení buněk nutné ke vzniku nového života. Na druhou stranu to byla úžasná a děsivá síla exponenciálního růstu, která vedla jaderného fyzika J. Roberta Oppenheimera k prohlášení: „Nyní se stávám smrtí, ničitelem světů.“ Nešlo o množení buněk ani jednotlivých organismů, nýbrž energie uvolněné při štěpení atomových jader.

Během druhé světové války byl Oppenheimer vedoucím losalamoské laboratoře, kde probíhal vývoj atomové bomby v rámci projektu Manhattan. Dělení jádra (silně dohromady vázaných protonů a neutronů) těžkého atomu na menší části bylo objeveno německými chemiky v roce 1938. Tento proces dostal název jaderné štěpení (anglicky „nuclear fission“ na základě podobnosti s „binary fission“, tedy binárním dělením buněk na dvě, stejným, jaké se tak účinně odehrává ve vyvíjejícím se embryu). Zjistilo se, že štěpení se děje buď přirozeně samovolným rozpadem nestálých izotopů, nebo umělým ostřelováním jádra subatomárními částicemi při takzvané jaderné reakci. V každém případě pak bylo štěpení jednoho jádra na dvě menší, také zvané štěpné produkty, provázeno uvolněním velkého množství energie ve formě elektromagnetického záření a pohybové energie štěpných produktů. Vědci si brzy uvědomili, že tyto pohybující se štěpné produkty vytvořené první jadernou reakcí by se daly použít k ostřelování dalších jader a k jejich rozštěpení, což by vedlo k uvolnění ještě většího

množství energie: k takzvané řetězové jaderné reakci. Pokud by každé jaderné štěpení vyprodukovalo v průměru více než jeden produkt schopný rozštěpit další atomy, mohlo by teoreticky každé štěpení spustit několik dalších. Opakováním tohoto procesu by počet reakcí rostl exponenciálně a uvolnila by se tak energie v dosud nevídaném měřítku. Pokud by se podařilo najít materiál dovolující takovou neomezenou řetězovou jadernou reakci, exponenciální nárůst rychle uvolněné energie by umožnil vojenské využití tohoto štěpného materiálu.

V dubnu 1939, v předvečer vypuknutí války v Evropě, učinil francouzský fyzik Frederic Joliot-Curie (zeť Marie a Pierra a také nositel Nobelovy ceny získané ve spolupráci se svou ženou) důležitý objev. V časopise *Nature* publikoval důkazy o tom, že atomy izotopu uranu U235 při štěpení navozeném jediným neutronem vydají v průměru 3,5 (odhad později opravený na 2,5) vysokoenergetických neutronů.⁶ Toto byl přesně ten materiál potřebný pro rozběhnutí exponenciálně rostoucího řetězce jaderných reakcí. Závod o bombu začal.

Nositel Nobelovy ceny Werner Heisenberg spolu s dalšími slavnými německými fyziky pracoval na podobném projektu pro nacisty, a tak Oppenheimer věděl, že budou mít v Los Alamos o práci postaráno. Největší výzvou pro něj bylo zajistit podmínky, které by umožnily exponenciálně narůstající řetězovou reakci, a tedy i takřka okamžité uvolnění obrovského množství energie potřebné pro atomovou bombu. K vytvoření takové dostatečně rychlé a soběstačné řetězové reakce potřeboval zajistit, aby bylo dostačující množství neutronů vzniklých při rozštěpení atomu U235 pohlceno dalšími jádry U235 a ty se tak samy dále rozštěpily. Objevil, že v přirozeně se vyskytujícím uranu je příliš mnoho neutronů pohlceno atomy U238 (dalšího izotopu, který tvoří 99,3 % přírodního uranu),⁷ což znamená, že řetězová reakce exponenciálně vyhasne,

místo toho aby narůstala. K vytvoření exponenciálně rostoucí řetězové reakce Oppenheimer potřeboval odstranit z uranové rudy co nejvíce U238 a získat tak extrémně čistý U235.

Podobné úvahy vedou k pojmu takzvaného *kritického množství* štěpného materiálu. To je množství potřebné k vytvoření samostatně se udržující řetězové reakce. Závisí na řadě různých faktorů. Zřejmě nejdůležitějším z nich je čistota U235. Dokonce i s 20 % U235 (ve srovnání s přirozeně se vyskytujícím podílem 0,7 %) kritické množství stále přesahuje 400 kilogramů a vysoká čistota je nutným požadavkem pro výrobu praktické bomby. I po získání dostatečně čistého uranu pro dosažení nadkritického množství Oppenheimerovi stále zůstávala výzva v podobě dopravy samotné bomby. Samozřejmě nemohl jen tak sestavit bombu z kritického množství uranu a pak doufat, že neexploduje. I jediný přirozeně se vyskytující rozpad by spustil řetězovou reakci a způsobil exponenciální explozi.

S příznakem nacistických vědců pracujících na bombě stále za zády, Oppenheimer a jeho tým přišli s narychlo vyvinutým řešením její přepravy. Bomba takzvaného dělového typu je založena na vystřelení jednoho podkritického množství uranu do druhého, čímž vznikne jediné nadkritické množství. Řetězovou reakci pak odstartuje jakékoliv samovolné štěpení, které poskytne počáteční neutrony. Oddělení obou podkritických množství zajišťovalo, že bomba nevybuchne, dokud to nebude třeba. Díky vysoké úrovni obohacení uranu (kolem 80 %) bylo k dosažení kritického množství potřeba pouze 20–25 kilogramů. Oppenheimer však nemohl riskovat selhání projektu, které by poskytlo výhodu jeho německým rivalům, a tak trval na mnohem větším množství.

Když byl konečně k dispozici dostatek uranu, v Evropě už bylo po válce. V Tichomoří ale boje stále zuřily a Japonsko neje-

вило ochotu ke kapitulaci, přestože čelilo značným vojenským nevýhodám. Vedoucí projektu Manhattan generál Leslie Groves chápal, že pozemní invaze do Japonska by značně zvýšila už tak obrovské americké ztráty na životech, a tak vydal nařízení povolující použití atomové bomby, jakmile to dovolí povětrnostní podmínky.

Po několika dnech špatného počasí způsobeného ustupujícím tajfunem se 6. srpna 1945 nad Hirošimou rozjasnilo prosluněné modré nebe. V 7:09 bylo na obloze zpozorováno americké letadlo a městem se rozezněly protiletecké sirény. Sedmnáctiletá Akiko Takakura zrovna nedávno nastoupila na místo bankovní úřednice. Cestou do práce se ozvala siréna a ona se spolu s dalšími lidmi schovala do jednoho z protileteckých krytů strategicky rozmístěných po městě.

Protiletecké popluchy nebyly v Hirošimě nezvyklým jevem; město bylo důležitou vojenskou základnou s velitelstvím japonské druhé armády. Hirošima byla doposud do velké míry ušetřena zápalného bombardování, kterému čelilo mnoho jiných japonských měst. Akiko ani ostatní obyvatelé Hirošimy cestující do práce netušili, že jejich město bylo ušetřeno záměrně, aby Američané mohli změřit zkázu způsobenou novou zbraní.

O půl osmé zazněl signál oznamující konec poplachu. Přelétající letoun B-29 byl pouhým meteorologickým letadlem. Když Akiko spolu s mnoha dalšími vyšla z krytu, s úlevou si oddechla: dnes ráno žádný letecký útok nebude.

Akiko ani ostatní netušili, že letoun B-29 odvyšlal zprávu o čistém nebi nad Hirošimou letadlu *Enola Gay* – stroji nesoucímu bombu dělového typu známou jako Little Boy čili Chlapeček. Děti šly do školy, pracující jako obvykle spěchali do kanceláří a továren. Akiko dorazila do banky v centru města, kde pracovala. Úřednice měly docházet o třicet minut dříve než kolegové-muži, aby uklidily a připravily kanceláře na nový

pracovní den, takže deset minut po osmé už byla Akiko zabráná do práce v téměř prázdné budově.

V 8:14 se střed mostu Aioi, připomínající svým tvarem písmeno T, dostal do zaměřovače plukovníka Paula Tibbetse pilotujícího letoun *Enola Gay*. 4 400 kilogramů vážící „Chlapeček“ byl vypuštěn a začal svůj devítikilometrový sestup k Hirošimě. Po volném pádu trvajícím asi 45 sekund byla bomba odpálena ve výšce zhruba šesti set metrů nad zemí. Jedno podkritické množství uranu bylo vypáleno vstříc druhému, aby tak vzniklo množství nadkritické, připravené explodovat. Téměř okamžité samovolné rozštěpení některého atomu uvolnilo neutrony, z nichž alespoň jeden byl pohlcen atomem U235. Tento atom se pak sám rozštěpil a vypustil více neutronů, které pohltily další atomy. Proces rapidně zrychloval a vedl k exponenciálně rostoucí řetězové reakci a současnému uvolnění ohromného množství energie.

Při umývání pracovních stolů svých mužských kolegů pohledla Akiko z okna a zpozorovala bílý záblesk jasný jako planoucí hoříčkový pásek. Nemohla tušit, že exponenciální růst umožnil bombě v okamžiku uvolnit energii odpovídající třiceti milionům váleček dynamitu. Teplota bomby se vyšplhala na několik milionů stupňů a byla tak žhavější než povrch Slunce. O desetinu sekundy později dosáhlo země ionizující záření a způsobilo devastující radiologické poškození všem živým tvorům, kteří mu byli vystaveni. V další sekundě se nad městem rozprostřela ohnivá koule o průměru tři sta metrů a teplotě tisíců stupňů Celsia. Očití svědkové popisují, že ten den viděli nad Hirošimou dvakrát vycházet slunce. Rázová vlna postupující rychlostí zvuku rovnala se zemi budovy po celém městě, odhodila Akiko přes celou místnost a zbavila ji vědomí. Infračervené záření pálilo odkrytou kůži na kilometry daleko ve všech směrech. Lidé v blízkosti hypocentra výbuchu se během okamžiku odpařili nebo byli spáleni na uhel.

Díky konstrukci budovy navržené tak, aby odolala země-třesení, byla Akiko uchráněna před nejhoršími následky výbuchu. Když znovu nabyla vědomí, vypotácela se na ulici. Všimla si, že čistě modré ranní nebe je pryč. Druhé slunce nad Hirošimou zašlo téměř tak rychle, jako se objevilo. Ulice byly temné, zahalené do prachu a kouře. Kam až oko dohlédlo, ležela mrtvá těla. Akiko byla jednou z těch přeživších, kteří byli nejbližší hypocentru – pouhých 260 metrů – a přestáli strašlivý exponenciální výbuch.

Odhaduje se, že samotná bomba a požáry, které se kvůli ní rozšířily po městě, zabily přibližně 70 000 lidí, z toho 50 000 civilistů. Většina městských budov byla úplně zničena. Oppenheimerovo prorocké přemítání se vyplnilo. Ospravedlnění bombardování Hirošimy a o devět dní později i Nagasaki jako prostředku k ukončení druhé světové války je dodnes předmětem debat.

Jaderná varianta

Ať už jsou dobré i špatné přínosy bomby samotné jakékoliv, pochopení exponenciálních řetězových reakcí získaných v rámci projektu Manhattan nám poskytlo technologii jaderné energetiky, která umožňuje vyrábět čistou, bezpečnou energii s nízkou uhlíkovou stopou. Jeden kilogram uranu dokáže vyvinout přibližně třímilionkrát více energie než spálení stejného množství uhlí.⁸ I přes důkazy o opaku má jaderná energie pověst nebezpečné a životní prostředí ohrožující technologie. Částečně za to může exponenciální růst.

Večer 25. dubna 1986 přišel Alexandr Akimov převzít vedení směny do černobylské elektrárny, kde pracoval. Za pár hodin měl začít experiment s cílem provést zátěžový test pump chladicího systému. Dalo by se mu odpustit, že si při spouštění experimentu připadal jako šťastlivec – v době, kdy se Sovětský

svaz hroutil a 20 % jeho obyvatel žilo v chudobě, měl stálé zaměstnání.

Kolem jedenácté hodiny dal z řídicího střediska pokyn k automatickému zasunutí několika kontrolních tyčí do jádra, aby kvůli testu snížil výkon na 20 % obvyklé operační kapacity. Kontrolní tyče mají za úkol absorbovat část neutronů uvolněných při jaderném štěpení a zabránit jim tak rozštěpit přílišné množství dalších atomů. To pak zabrzdí rychlý růst řetězové reakce, které se v atomové bombě nechává exponenciálně volný průběh. Akimov však nedopatřením zasunul tyčí příliš mnoho a způsobil tak výrazné snížení výkonu elektrárny. Věděl, že tohle by mohlo způsobit otravu reaktoru – tvorbu materiálu, který stejně jako kontrolní tyče reaktor zpomaluje a snižuje jeho teplotu, což vede k ještě výraznější otravě a dalšímu ochlazování. V panice obešel bezpečnostní systém, přepnul přes 90 % kontrolních tyčí na ruční ovládání a vytáhl je z jádra, aby zabránil totálnímu odstavení reaktoru.

Jak výkon pozvolna rostl a Akimov sledoval stoupající ručičky ukazatelů, jeho divoce bušící srdce se pomalu uklidňovalo. Podařilo se mu odvrátit krizi, a tak teď pokračoval s další fází testu a vypnul pumpy. Netušil, že záložní systémy nepumpují chladicí vodu tak rychle, jak by měly. Začalo to nepozorovatelně, ale pomalu tekoucí chladicí voda se vypařovala, což snižovalo její schopnost jak absorbovat neutrony, tak i ochlazovat jádro. Větší množství tepla a výkonu pak vedlo k ještě většímu odpařování a ještě vyššímu výkonu: tedy k dalšímu, ale o moc nebezpečnějšímu případu pozitivní zpětné vazby. Těch pár kontrolních tyčí, které nepřepnul na manuální ovládání, bylo automaticky zasunuto do jádra reaktoru s cílem zastavit narůstání teploty, ale to nestačilo. Když si uvědomil, že výkon roste příliš rychle, zmáčkl tlačítko nouzového vypnutí, které mělo zasunout všechny kontrolní tyče a odstavit jádro, ale bylo příliš