

Finanční matematika pro každého příklady

+ CD-ROM

Jarmila Radová a kolektiv

*vhodný doplněk publikace
Finanční matematika pro každého*

*praktické řešené i neřešené
příklady s výsledky*

*příložené CD se vzorci v Excelu
a řešením vybraných příkladů*

*výborná cvičebnice pro studenty
středních a vysokých škol*

Upozornění pro čtenáře a uživatele této knihy

Všechna práva vyhrazena. Žádná část této tištěné či elektronické knihy nesmí být reprodukována a šířena v papírové, elektronické či jiné podobě bez předchozího písemného souhlasu nakladatele. Neoprávněné užití této knihy bude **trestně stíháno**.

Používání elektronické verze knihy je umožněno jen osobě, která ji legálně nabyla a jen pro její osobní a vnitřní potřeby v rozsahu stanoveném autorským zákonem. Elektronická kniha je datový soubor, který lze užívat pouze v takové formě, v jaké jej lze stáhnout s portálu. Jakékoliv neoprávněné užití elektronické knihy nebo její části, spočívající např. v kopírování, úpravách, prodeji, pronajímání, půjčování, sdělování veřejnosti nebo jakémkoliv druhu obchodování nebo neobchodního šíření je zakázáno! Zejména je zakázána jakákoliv konverze datového souboru nebo extrakce části nebo celého textu, umísťování textu na servery, ze kterých je možno tento soubor dále stahovat, přitom není rozhodující, kdo takovéto sdílení umožnil. Je zakázáno sdělování údajů o uživatelském účtu jiným osobám, zasahování do technických prostředků, které chrání elektronickou knihu, případně omezují rozsah jejího užití. Uživatel také není oprávněn jakkoliv testovat, zkoušet či obcházet technické zabezpečení elektronické knihy.



Copyright © Grada Publishing, a.s.

Edice Osobní a rodinné finance

doc. RNDr. Jarmila Radová, Ph.D. a kolektiv

(doc. Mgr. Jiří Málek, PhD., Ing. Nadir Baigarin, Ing. Jiří Nakládal, Ing. Pavel Žilák)

Finanční matematika pro každého – příklady + CD-ROM

Vydala GRADA Publishing, a.s.

U Průhonu 22, Praha 7, jako svou 3122. publikaci

Realizace obálky Michal Dusil

Foto na obálce profimedia.cz/Corbis

Sazba Antonín Plicka

Odpovědná redaktorka dr. Eva Marádová, CSc.

Počet stran 232

První vydání, Praha 2008

Vytiskly Tiskárny Havlíčkův Brod, a.s.

Husova ulice 1881, Havlíčkův Brod

© GRADA Publishing, a.s., 2008

ISBN 978-80-247-2364-8 (tištěná verze)

ISBN 978-80-247-6948-6 (elektronická verze ve formátu) © Grada Publishing, a.s. 2011

GRADA Publishing: *tel.: 220 386 401, fax: 220 386 400, www.grada.cz*

Obsah

1. Jednoduché úročení	7
1.1 Jednoduché úročení polhůtní	7
1.2 Diskont	17
2. Složené úročení	29
2.1 Složené úročení polhůtní	29
2.2 Smíšené úročení	41
2.3 Efektivní úroková sazba	49
2.4 Úroková intenzita – spojitě úročení	52
2.5 Inflace, nominální a reálná úroková míra	54
3. Investiční rozhodování	59
3.1 Čistá současná hodnota a vnitřní výnosové procento	59
4. Spoření – budoucí hodnota anuity	65
5. Důchody – současná hodnota anuity	83
6. Umořování dluhu	101
7. Dluhopisy	121
7.1 Cena dluhopisu	121
7.2 Rendita a běžná výnosnost dluhopisu	143
7.3 Realizovaná výnosnost dluhopisu	154
7.4 Durace dluhopisu	163
8. Úrokové sazby	181
8.1 Časová struktura úrokových sazeb – výnosové křivky	181
8.2 Spotové a forwardové úrokové sazby	187
9. Akcie	193
9.1 Cena akcie	193
9.2 Hodnota odběrního práva akcie	196
9.3 Výnosnost a riziko akcie	201
10. Měření výkonnosti portfolia	203
10.1 Výnosnost portfolia	203
10.2 Riziko portfolia	204
10.3 Měření výkonnosti portfolia	206
11. Měnové kurzy	211
11.1 Křížové měnové kurzy	211
11.2 Termínové měnové kurzy	213

Použitá a doporučená literatura	217
Dodatek A – Posloupnosti	219
Dodatek B – Kvadratické rovnice	221
Dodatek C – Taylorův vzorec	223
Dodatek D – Vybrané teoretické otázky	225

1. Jednoduché úročení

Jednoduché úročení je typ úročení, které se používá při uložení kapitálu na dobu kratší než jedno úrokové období. Úročí se stále základní jistina a vyplácené úroky se k ní nepřičítají a dále se neúročí. Úroky jsou vypláceny dle typu jednoduchého úročení na začátku nebo na konci úrokového období.

1.1 Jednoduché úročení polhůtní

VZORCE

$$\dot{u} = K_0 \cdot i \cdot (1 - d) \cdot n$$

$$K_n = K_0 + \dot{u} = K_0 \cdot (1 + i \cdot (1 - d) \cdot n)$$

$\dot{u}$ úrok;

K_n budoucí hodnota kapitálu, splatná částka;

K_0 současná hodnota kapitálu, jistina;

i roční úroková sazba (sazba p.a.);

d srážková daň z úroků¹;

n doba uložení kapitálu v letech².

Doba n se stanovuje podle tzv. **standardů (konvencí)**:

- 1. 30E/360 standard** (evropský standard, obchodní/německá metoda) v čitateli používá měsíce s 30 dny a ve jmenovateli rok s 360 dny. Doba n mezi daty $D_1.M_1.R_1$ a $D_2.M_2.R_2$ (D označuje den, M označuje měsíc, R označuje rok) se tedy vypočte jako:

$$n = \frac{t}{360} = \frac{360 \cdot (R_2 - R_1) + 30 \cdot (M_2 - M_1) + (D_2 - D_1)}{360},$$

kde t značí počet dnů.

Pokud $D_1 = 31$ (resp. $D_2 = 31$) je nutné změnit před dosazením do vzorce $D_1 = 30$ (resp. $D_2 = 30$).

¹ Pro některé poplatníky ovšem nekončí daňová povinnost z úroků srážkou u zdroje.

² V této části n je doba uložení udávána v letech. Dále je symbol n používán i pro jiné vyjádření doby uložení či doby splatnosti.

Tento standard se používá například při vypořádání obchodů na pražské burze.

2. **30A/360 standard** (americký standard) se liší od standardu 30E/360 jen v případě, kdy D_1 není 30 nebo 31 a zároveň D_2 je 31. V tomto případě se pak při dosazení do vzorce ponechává hodnota $D_2 = 31$.
3. **ACT/360 standard** (mezinárodní standard, francouzská metoda) používá v čitateli měsíce se skutečným počtem dnů a ve jmenovateli rok s 360 dny. Využívá se při obchodování s krátkodobými cennými papíry, jako jsou směnky a pokladniční poukázky.
4. **ACT/365 standard** (anglická metoda) používá v čitateli měsíce se skutečným počtem dní a ve jmenovateli rok se skutečným počtem dní (v případě přestupného roku je ve jmenovateli 366).

K výpočtu doby t je možné s výhodou použít některý z tabulkových kalkulátorů, jak si ukážeme dále.

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Řešený příklad 1.1.1

Jakou částku budete vracet bance, jestliže jste si od ní půjčili 55 000 Kč na 6 měsíců při roční úrokové míře 9 %?

Řešení:

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i \cdot n)$$

$$K_n = 55\,000 \cdot \left(1 + 0,09 \cdot \frac{6}{12}\right) = 57\,475$$

Za 6 měsíců musíme vrátit 57 475 Kč.

Řešený příklad 1.1.2

Půjčili jste si od věřitele 10 000 Kč a za rok mu musíte vrátit 11 000 Kč. Jaká je výnosnost pro věřitele? Předpokládá se roční úroková sazba.

Řešení:

$$i = \frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot n}$$

$$i = \frac{11\,000 - 10\,000}{10\,000 \cdot 1} = 10\%$$

Výnosnost pro věřitele je 10 % p.a.

Řešený příklad 1.1.3

Za kolik dnů vzroste vklad 1 500 Kč na 1 600 Kč při roční úrokové míře 8 % a použitém standardu ACT/360?

Řešení:

$$t = \frac{\frac{K_n}{K_0} - 1}{i} \cdot 360$$

$$t = \frac{\frac{1600}{1500} - 1}{0,08} \cdot 360 = 300 \text{ dnů}$$

1 500 Kč se zúročí na 1 600 Kč při 8% úrokové míře za 300 dnů.

Řešený příklad 1.1.4

Uložili jste na vkladní knížku u peněžního ústavu 2 000 Kč. Úroková sazba je 4 % p.a. a úroky z vkladu jsou daněny srážkovou daní ve výši 15 %. Jakou částku si můžete vybrat za 3 měsíce?

Řešení:

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i \cdot (1 - d) \cdot n)$$

$$K_n = 2\,000 \cdot \left(1 + 0,04 \cdot (1 - 0,15) \cdot \frac{3}{12} \right) = 2\,017 \text{ Kč}$$

Za tři měsíce si můžeme vybrat 2 017 Kč.

Řešený příklad 1.1.5

Zájemce má možnost zaplatit za nákup pozemku okamžitě 100 000 Kč nebo za rok 108 000 Kč. Hotovost může reinvestovat při úrokové sazbě 7,2 %. Která varianta je pro něj výhodnější?

Řešení:

Porovnáme současné hodnoty obou variant:

$$K_0 = \frac{K_n}{1 + i \cdot n}$$

$$K_0 = \frac{108\,000}{1 + 0,072 \cdot 1} = 100\,746,2 > 100\,000$$

Výhodnější je zaplatit okamžitě. Abychom mohli zaplatit za rok 108 000 Kč, museli bychom totiž dnes investovat více než 100 000 Kč.

Řešený příklad 1.1.6

Půjčili jste si peníze³. Věřitel Vám nabídne 3 možnosti splácení:

- a) za 11 měsíců 20 000,
- b) za 8 měsíců 19 000,
- c) za 2 měsíce 2 000 a za 12 měsíců 18 000.

Kterou možnost zvolíte, činí-li běžná úroková sazba 16 % p.a.?

Řešení:

Porovnáme současné hodnoty variant:

$$K_0 = \frac{K_n}{1 + i \cdot n}$$

Varianta a):

$$K_0 = \frac{20\,000}{1 + 0,16 \cdot \frac{11}{12}} = 17\,441,9$$

Varianta b):

$$K_0 = \frac{19\,000}{1 + 0,16 \cdot \frac{8}{12}} = 17\,168,7$$

³ Bylo to 1 700 Kč, ale to pro tento příklad není podstatné.

Varianta c):

$$K_0 = \frac{2000}{1 + 0,16 \cdot \frac{2}{12}} + \frac{18\,000}{1 + 0,16 \cdot \frac{12}{12}} = 17\,465,3$$

Pro dlužníka je nejvýhodnější zaplatit co nejmenší částku. Proto si vybere variantu b).

Řešený příklad 1.1.7

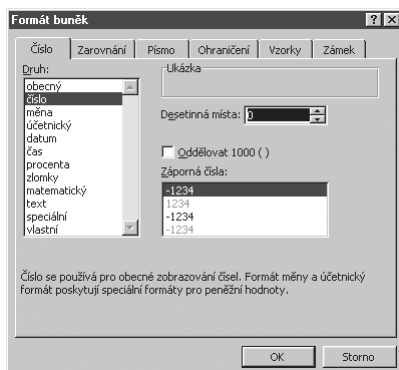
Na kolik se zúročí 10 000 Kč při různých standardech a úrokové míře 10 % p.a. v období od 15. 1. 1996 do 7. 9. 1996, od 10. 1. 1997 do 3. 3. 1997 a od 29. 10. 1999 do 31. 12. 1999?

Řešení:

Použijeme tabulkového procesoru MS Excel.

Počet dnů mezi jednotlivými kalendářními daty získáme následujícím způsobem:

1. Skutečný počet dnů: změníme formát buněk s danými daty na Číslo (Formát – Buňky – karta Číslo). Získáme tak počty dnů od 1. 1. 1900. Poté buňky od sebe odečteme. Pro přehlednější zobrazení nastavíme počet desetinných míst na 0. Při dalších výpočtech (jmenovitě při výpočtu n pro ACT/365) pak budeme muset vzít v úvahu, že rok 1996 byl přestupný.



2. Počet dnů podle různých standardů získáme pomocí funkce Rok360 (Vložit – Funkce – typ funkce: Datum a čas). Pro standard 30E zadáme: Metoda 1, pro standard 30A: Metoda 0.

ROK360

Start A3 = 35079

Konec B3 = 35315

Metoda I1 = PRAVDA

= 232

Vrátí počet dnů mezi dvěma daty na základě roku s 360 dny (dvanáct měsíců s 30 dny).

Metoda je logická hodnota určující metodu výpočtu: US (NASD) = NEPRAVDA nebo bez zadání, evropská = PRAVDA. Další informace o těchto metodách získáte v nápovědě.

Výsledek = 232

OK Storno

3. Tabulka výsledků má následující podobu:

Od	Do	Počet dnů			n při různých standardech			
		ACT	30E	30A	ACT/360	ACT/365	30E/360	30A/360
15. 1. 1996	7. 9. 1996	236	232	232	0,6556	0,6448	0,6444	0,6444
10. 1. 1997	3. 3. 1997	52	53	53	0,1444	0,1425	0,1472	0,1472
29. 10. 1999	31. 12. 1999	63	61	62	0,1750	0,1726	0,1694	0,1722
					K _n při různých standardech			
					ACT/360	ACT/365	30E/360	30A/360
					10 655,56	10 644,81	10 644,44	10 644,44
					10 144,44	10 142,47	10 147,22	10 147,22
					10 175,00	10 172,60	10 169,44	10 172,22

4. Tabulka výsledků se zobrazenými vzorci:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1				Počet dnů		n při různých standardech			
2	Od	Do	ACT	30E	30A	ACT/360	ACT/365	30E/360	30A/360
3	35079	35315	=B3-A3	=ROK360(A3,B3,1)	=ROK360(A3,B3,0)	=C3/360	=C3/365	=D3/360	=E3/360
4	35440	35492	=B4-A4	=ROK360(A4,B4,1)	=ROK360(A4,B4,0)	=C4/360	=C4/365	=D4/360	=E4/360
5	36462	36525	=B5-A5	=ROK360(A5,B5,1)	=ROK360(A5,B5,0)	=C5/360	=C5/365	=D5/360	=E5/360
6						K _n při různých standardech			
7						ACT/360	ACT/365	30E/360	30A/360
8						=10000*(1+0,1*F3)	=10000*(1+0,1*G3)	=10000*(1+0,1*H3)	=10000*(1+0,1*I3)
9						=10000*(1+0,1*F4)	=10000*(1+0,1*G4)	=10000*(1+0,1*H4)	=10000*(1+0,1*I4)
10						=10000*(1+0,1*F5)	=10000*(1+0,1*G5)	=10000*(1+0,1*H5)	=10000*(1+0,1*I5)

Řešený příklad 1.1.8

Dlužník nabídne věřiteli 2 možnosti splacení dluhu:

- zaplatit částku 10 000 za dva měsíce,
- zaplatit za 4 měsíce částku 5 000 a za rok částku 6 000.

Co je pro Vás jako věřitele výhodnější při ročním připisování úroků, je-li běžná roční úroková sazba 10 %?

Řešení:

Opět porovnáme současné hodnoty variant:

$$K_0 = \frac{K_n}{1 + i \cdot n}$$

Varianta a):

$$K_0 = \frac{10\,000}{1 + 0,1 \cdot \frac{2}{12}} = 9\,836,1$$

Varianta b):

$$K_0 = \frac{5\,000}{1 + 0,1 \cdot \frac{4}{12}} + \frac{6\,000}{1 + 0,1 \cdot \frac{12}{12}} = 10\,293,3$$

Pro věřitele je nejvýhodnější vrácení co největší částky, proto zvolí variantu b).

Řešený příklad 1.1.9

Půjčili jste si 150 000 Kč na dům. Roční úroková sazba je 8,5 %. Měsíčně budete splácet 1 208 Kč po dobu 25 let. Jakou hodnotu domu zaplatí první splátka (o kolik se sníží dluh po prvním měsíci splácení)?

Řešení:

Každá splátka se rozkládá na část, která splácí úrok, a na část, která splácí jistinu (tzv. úmor).

Úrok ze 150 000 za jeden měsíc činí:

$$ú = K_0 \cdot i \cdot n$$

$$ú = 150\,000 \cdot 0,085 \cdot \frac{1}{12} = 1\,062,50$$

Zbytek splátky, tj. $1\,208 - 1\,062,50 = 145,50$ jde na snížení dluhu.

První měsíční splátka tedy sníží dluh o 145,50 Kč.

PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad k procvičení 1.1.1

Půjčili jste si 50 000 Kč na 3 měsíce. Jakou částku musíte vrátit, jestliže věřitel účtuje 15% úrokovou sazbu p.a.?

[51 875 Kč]

Příklad k procvičení 1.1.2

Půjčili jste 10 000 Kč. Za 5 měsíců Vám vrátili 11 000 Kč. Jaká byla výnosnost této půjčky (při jaké úrokové sazbě jste ji poskytli)?

[24 % p.a.]

Příklad k procvičení 1.1.3

Za kolik dnů vzroste vklad 500 000 Kč na 505 000 Kč při úrokové sazbě 12 % p.a. a použitém standardu ACT/360? Úroky podléhají srážkové dani 15 %.

[35,29 dne]

Příklad k procvičení 1.1.4

Máte možnost koupit motocykl. Můžete

- a) buď zaplatit okamžitě zálohu 100 000 Kč a za 3 měsíce doplatit 50 000 Kč,
- b) nebo platit vždy 55 000 Kč na konci každého z následujících 3 měsíců.

Kterou možnost zvolíte, jestliže můžete alternativně investovat peníze za 5 % p.a.?

[a) $K_0 = 149\,382,72$ Kč, b) $K_0 = 163\,638,23$ Kč – zvolíme a)]

Příklad k procvičení 1.1.5

Jste v pozici dlužníka. Svůj dluh můžete:

- a) vyrovnat okamžitě složením 100 000 Kč,
- b) zaplatit za rok 110 000 Kč,
- c) zaplatit za 6 měsíců 50 000 a za rok 55 000 Kč.

Kterou variantu zvolíte, je-li možné hotovost reinvestovat při úrokové sazbě 12 % p.a.?

[a) $K_0 = 100\,000$ Kč, b) $K_0 = 98\,214,29$ Kč, c) $K_0 = 96\,276,95$ Kč –
dlužník zvolí c)]

Příklad k procvičení 1.1.6

Dlužník Vám nabídne 2 možnosti splacení svého dluhu:

- a) zaplatit za 5 měsíců 10 tis. Kč,
- b) zaplatit za 10 měsíců 11 tis. Kč.

Kterou možnost si zvolíte při 6% úrokové sazbě p.a.⁴

[a) $K_0 = 9\,756,10$ Kč, b) $K_0 = 10\,476,19$ Kč – věřitel zvolí b)]

Příklad k procvičení 1.1.7

Kolik peněz včetně úroků budeme mít na účtu za 5 měsíců, jestliže si dnes uložíme 100 000 Kč při 9 % p.a. a pololetním úrokovém období a banka z připsovaných úroků strhne srážkovou daň ve výši 15 %?

[103 187,50 Kč]

Příklad k procvičení 1.1.8

Vzali jste si hypoteční úvěr 1 mil. Kč na nákup pozemku. Roční úroková sazba je 4,5 % p.a. Měsíčně budete splácet 10 000 Kč, v čemž je započtena i úroková platba. Jakou hodnotu nemovitosti zaplatí první splátka?

[6 250 Kč]

Příklad k procvičení 1.1.9

Jaká je splatná částka úvěru ve výši 35 000 Kč na 6 měsíců při roční úrokové sazbě 8 % p.a.?

[36 400 Kč]

Příklad k procvičení 1.1.10

Zájemce může koupit nemovitost buď nyní za 5 000 Kč nebo za rok za 5 400 Kč. Co je pro něho výhodnější, pokud si může peníze uložit na dobu jednoho roku při sazbě 7 % p.a.?

[Nyní]

Příklad k procvičení 1.1.11

Chcete si koupit Octavii za 578 000 Kč. Splatnost faktury je 180 dní, avšak při okamžité platbě obdržíte slevu 5 %. Hotovost aktuálně bohužel nemáte a tak zvažujete možnost půjčit si na okamžitou platbu bankovní úvěr. Při jaké roční

⁴ Úroková sazba zde zřejmě představuje věřitelovy náklady obětovaných příležitostí (požadovanou výnosnost).

úrokové sazbě z úvěru jsou obě platby ekvivalentní (abstrahujeme od bankovních poplatků, provizí a nákladů v podobě ztráty času apod.)?

[10,53 %]

Příklad k procvičení 1.1.12

Klient si uložil u banky 95 000 Kč dne 15. 3. 2005. Kolik si může vybrat dne 6. 11. 2005, jestliže vklad je úročen roční úrokovou sazbou 5 %? Neuvažujeme daň z úroků. Vypočítejte pro ACT/360, ACT/365 a 30E/360.

[98 114 Kč, 98 071 Kč, 98 048 Kč]

Příklad k procvičení 1.1.13

Jaké jsou úrokové náklady úvěru ve výši 200 000 Kč jednorázově splatného za 8 měsíců (240 dnů), je-li úroková sazba 9 % p.a.? (30E/360)

[12 000 Kč]

Příklad k procvičení 1.1.14

Jak velký vklad vzroste při úrokové sazbě 10 % p.a. za 72 dní o 150 Kč? (Rok má 360 dní, od daně abstrahujeme.)

[7 500 Kč]

Příklad k procvičení 1.1.15

Jak velkou částku se splatností 4 měsíce si můžeme půjčit, máme-li možnost po této době použít na splacení úvěru a úroku 100 000 Kč?

$[PV = 100\,000 / (1 + i/3)]$

Příklad k procvičení 1.1.16

Odběratel nezaplatil dodavateli fakturu znějící na 150 000 Kč splatnou 3. 3. 2001. Podle smlouvy má odběratel právo účtovat penále ve výši 0,05 % z fakturované částky za každý den prodlení. Jak velké bude penále 11. 11. 2001?

[5 250 Kč]

Příklad k procvičení 1.1.17

Banka nabízí dvě varianty placení úroku u ročního úvěru:

- a) sazba 10 % p.a. splatných při splatnosti úvěru,
 b) sazba 9,5 % p.a. splatných k datu poskytnutí úvěru.

Která varianta je pro dlužníka výhodnější?

[a)]

Příklad k procvičení 1.1.18

Určete úrok, který nám banka připiše na účet na konci roku, jestliže máme na účtu na začátku roku 10 000 Kč, účet je úročen 0,7 % p.a. při použití konvence 30E/360 a během roku proběhly tyto transakce:

- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| 1. výběr 2 500 dne 25. 2. 2006 | 5. vklad 3 000 dne 10. 9. 2006 |
| 2. výběr 3 500 dne 10. 4. 2006 | 6. výběr 5 500 dne 30. 10. 2006 |
| 3. vklad 4 500 dne 15. 6. 2006 | 7. vklad 2 500 dne 12. 12. 2006. |
| 4. vklad 3 500 dne 25. 8. 2006 | |

[63,92 Kč]

1.2 Diskont

VZORCE

$$D = K_n \cdot d \cdot n$$

$$K_0 = K_n - D = K_n \cdot (1 - d \cdot n)$$

D obchodní diskont;

K_n budoucí hodnota kapitálu, splatná částka;

K_0 současná hodnota kapitálu, jistina;

d roční diskontní sazba (sazba p.a.);

n doba uložení kapitálu v letech.

Na obchodním diskontu jsou založeny obchody s některými cennými papíry (směnky, pokladniční poukázky, depozitní certifikáty). Budoucí hodnota je při nich chápána jako směnečná suma či jmenovitá hodnota pokladniční poukázky; současná hodnota kapitálu je pak chápána jako částka po srážce obchodního diskontu.

Všimněme si, že na rozdíl od úroku, který se počítá ze současné hodnoty kapitálu K_0 , se diskont počítá z budoucí hodnoty kapitálu K_n .

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Řešený příklad 1.2.1

Podnikatel eskontoval dne 15. 11. 2007 na banku směnku znějící na částku 1,5 mil. Kč se splatností dne 15. 12. 2007. Jakou částku mu banka dne 15. 11. (tj. v den eskontu) připsala na účet?⁵ Banka používá diskontní míru 10 %.

Řešení:

Při obchodech se směnkami se používá standard ACT/360.

Mezi 15. 11. a 15. 12. uplyne 30 dnů.

$$K_0 = K_n \cdot (1 - d \cdot n) = K_n \cdot \left(1 - d \cdot \frac{t}{360}\right)$$

$$K_0 = 1\,500\,000 \cdot \left(1 - 0,1 \cdot \frac{30}{360}\right) = 1\,487\,500$$

V den eskontu banka vyplatila podnikateli 1 487 500 Kč.

Řešený příklad 1.2.2

Osoba A vystavila 15. 6. 2007 osobě B směnku s jmenovitou hodnotou 3 000 dolarů s roční úrokovou sazbou 7 %. Datum splatnosti směnky je 15. 12. 2007. 28. 7. 2007 osoba B eskontovala směnku na banku, která účtuje roční diskontní sazbu 8 %. Jakou částku osoba B od banky obdržela?

Řešení:

- a) Spočítáme splatnou částku K_n směnky pomocí jednoduchého úročení (mezi 15. 6. 2007 a 15. 12. 2007 uplyne 183 dnů).

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + i \cdot \frac{t}{360}\right)$$

$$K_n = 3\,000 \cdot \left(1 + 0,07 \cdot \frac{183}{360}\right) = 3\,106,75$$

⁵ Abstrahujeme od bankovních poplatků.

- b) Spočítáme vyplacenou částku po srážce diskontu (mezi 28. 7. 2007 a 15. 12. 2007 uplyne 140 dnů).

$$K_0 = K_n \cdot \left(1 - d \cdot \frac{t}{360}\right)$$

$$K_0 = 3\,106,75 \cdot \left(1 - 0,08 \cdot \frac{140}{360}\right) = 3\,010,10$$

Osoba B obdržela od banky 3 010,10 USD.

Řešený příklad 1.2.3

Banka odkoupila směnku znějící na 230 000 Kč s dobou splatnosti 1 rok.

- a) Jakou používá banka diskontní sazbu, jestliže za směnku vyplatila 200 000 Kč?
b) Jaká je míra zisku pro banku?

Řešení:

- a) Diskontní sazba:

$$d = \frac{K_n - K_0}{K_n \cdot n}$$

$$d = \frac{230\,000 - 200\,000}{230\,000 \cdot \frac{360}{360}} = 13,08 \%$$

Banka používá diskontní sazbu ve výši 13,08 % p.a.⁶

- b) Míra zisku pro banku (míra zisku je pouze jiný název pro roční úrokovou sazbu):

$$i = \frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot n}$$

$$i = \frac{230\,000 - 200\,000}{200\,000 \cdot \frac{360}{360}} = 15 \%$$

Míra zisku pro banku byla 15 % p.a.

⁶ V případě, že se jedná o dobu jednoho roku, je hodnota čitatele omezena hodnotou jmenovatele, ačkoli je pro obchodování se směnkami používána konvence ACT/360.

Řešený příklad 1.2.4

Firma eskontovala dne 2. 11. 2007 na banku následující směnky:

	Splatná částka v Kč	Datum splatnosti
1. Směnka A	10 000	9. 11. 2007
2. Směnka B	15 000	2. 12. 2007
3. Směnka C	8 000	7. 12. 2007

Jakou částku firma od banky obdržela, pokud banka používá diskontní sazbu 10 % p.a.?

Řešení:

$$K_0 = K_n \cdot \left(1 - d \cdot \frac{t}{360} \right)$$

$$\text{a) } K_0 = 10\,000 \cdot \left(1 - 0,1 \cdot \frac{7}{360} \right) = 9\,980,56$$

$$\text{b) } K_0 = 15\,000 \cdot \left(1 - 0,1 \cdot \frac{30}{360} \right) = 14\,875,00$$

$$\text{c) } K_0 = 8\,000 \cdot \left(1 - 0,1 \cdot \frac{35}{360} \right) = 7\,922,22$$

Celkem: Směnka A + Směnka B + Směnka C = 32 777,78 Kč.

Firma od banky obdržela 32 778 Kč.

Řešený příklad 1.2.5

Stavební firma vydala směnku znějící na částku 1 650 000 se splatností 1. 6. 2008. Obchodní společnost zakoupila tuto směnku 8. 3. 2008 při diskontní sazbě 9,5 % a 5. 4. 2008 směnku prodala při diskontní sazbě 9,3 %. Jaká byla míra zisku pro tuto obchodní společnost?

Řešení:

- a) Spočteme nákupní cenu směnky – částku po srážce obchodního diskontu (mezi 8. 3. a 1. 6. uplyne 85 dnů):

$$K_0 = K_n \cdot \left(1 - d \cdot \frac{t}{360} \right)$$

$$K_0 = 1\,650\,000 \cdot \left(1 - 0,095 \cdot \frac{85}{360} \right) = 1\,612\,990$$

- b) Spočteme prodejní cenu směnky – částku po srážce obchodního diskontu (mezi 5. 4. a 1. 6. uplyne 57 dnů):

$$K_0 = K_n \cdot \left(1 - d \cdot \frac{t}{360} \right)$$

$$K_0 = 1\,650\,000 \cdot \left(1 - 0,093 \cdot \frac{57}{360} \right) = 1\,625\,704$$

- c) Nyní můžeme spočítat míru zisku (mezi 8. 3. a 5. 4. uplyne 28 dnů):

$$i = \frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot n}$$

$$i = \frac{1\,625\,704 - 1\,612\,990}{1\,612\,990 \cdot \frac{28}{360}} = 10,13 \%$$

Míra zisku pro obchodní firmu činila 10,13 % p.a.

Řešený příklad 1.2.6

Pokladniční poukázka s jmenovitou hodnotou 1 mil. Kč byla emitována 6. 5. se splatností 3. 6. Zpětný odkup proběhne za 998 560 Kč (tj. za jmenovitou hodnotu sníženou o zdanění). Za jakou cenu byly poukázky prodávány, pokud daň činí 15 % z výnosu? Jaká byla míra zisku pro kupujícího pokladniční poukázky?

Řešení:

Při obchodech s pokladničními poukázkami se používá standard ACT/360 a mezi 6. 5. a 3. 6. uplyne 28 dnů.

- a) Cena v době emise:

$$\text{Daň} = 1\,000\,000 - 998\,560 = 1\,440$$

Daň činí 15 % z výnosu, výnos před zdaněním je tedy:

$$\text{výnos} = \frac{100}{15} \cdot 1\,440 = 9\,600$$

Prodejní cenu spočteme jako jmenovitou hodnotu sníženou o výnos:

$$1\,000\,000 - 9\,600 = 990\,400$$

Poukázky byly prodávány za 990 400 Kč.

b) Míra zisku pro kupujícího pokladniční poukázky:

$$i = \frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot n}$$

$$i = \frac{998\,560 - 990\,400}{990\,400 \cdot \frac{28}{360}} = 10,59 \%$$

Míra zisku pro kupujícího pokladniční poukázky byla 10,59 % p.a.

Řešený příklad 1.2.7

Za kolik dnů byla splatná směnka znějící na částku 100 000 Kč, jestliže za ni banka vyplátila částku 97 250 Kč při diskontní sazbě 15 % p.a.?

Řešení:

$$t = \frac{K_n - K_0}{K_n \cdot d} \cdot 360$$

$$t = \frac{100\,000 - 97\,250}{100\,000 \cdot 0,15} \cdot 360 = 66 \text{ dnů}$$

Do splatnosti směnky zbývalo 66 dnů.

Řešený příklad 1.2.8

Ukažte, že při rovnosti $i = i_d$ je pro věřitele výhodnější poskytnout půjčku založenou na obchodním diskontu než na jednoduchém úroku.

Řešení:

Porovnáme míru zisku pro věřitele $\frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot n}$ při jednoduchém úročení a při obchodním diskontu.