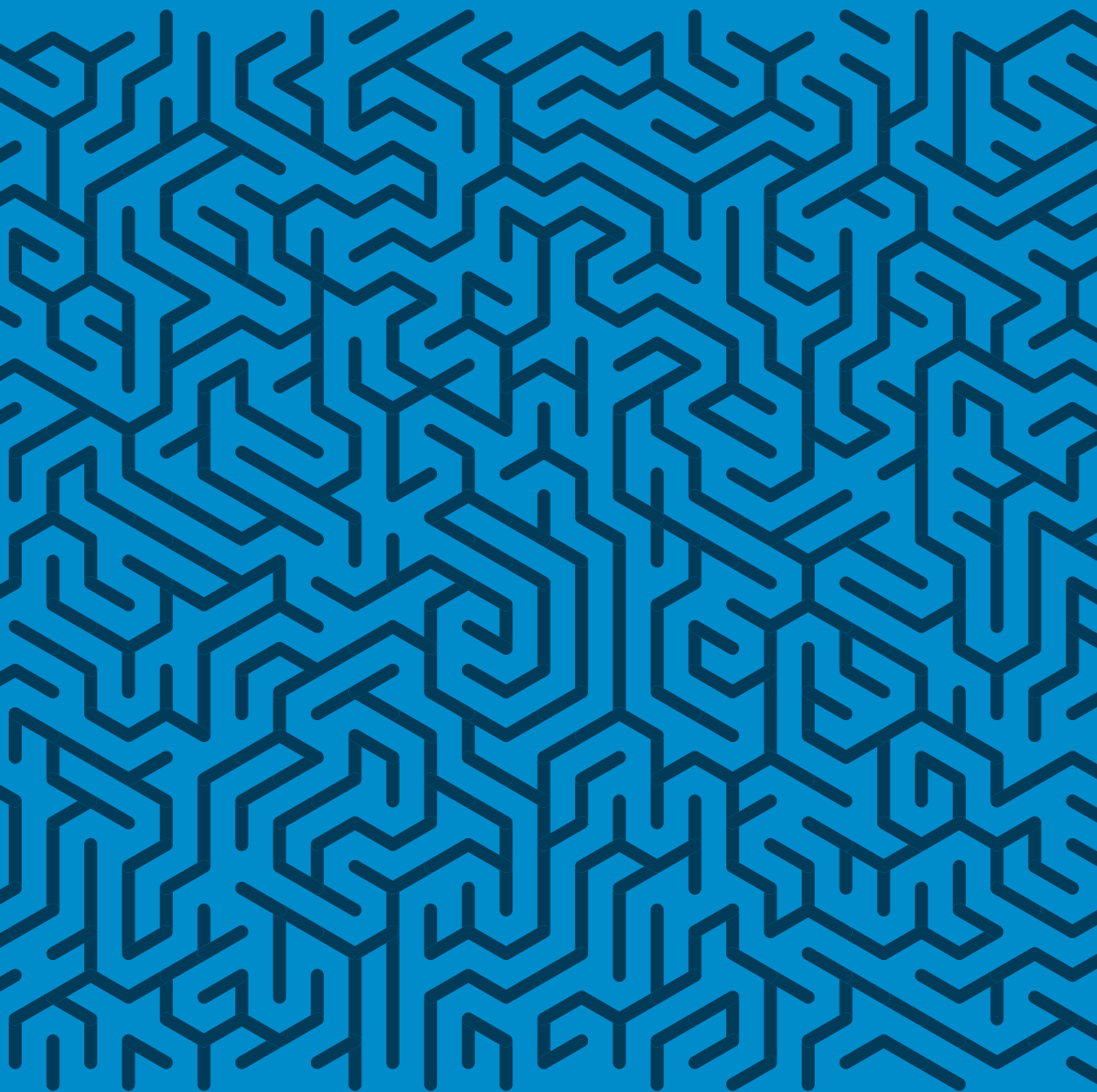


NAĎA VONDROVÁ A KOLEKTIV

MATEMATICKÁ SLOVNÍ ÚLOHA



MEZI MATEMATIKOU,
JAZYKEM A PSYCHOLOGIÍ

KAROLINUM

Matematická slovní úloha

Mezi matematikou, jazykem a psychologii

Nad'a Vondrová a kolektiv

Recenzovali:

doc. PaedDr. Petr Eisenmann, Ph.D.

doc. PhDr. Eva Jandová, Ph.D.

prof. PhDr. Mgr. Tomáš Janík, Ph.D.

Autorský kolektiv:

Nad'a Vondrová

Radka Havlíčková

Milada Hirschová

Martin Chvál

Jarmila Novotná

Anna Páchová

Irena Smetáčková

Martina Šmejkalová

Veronika Tůmová

Vydala Univerzita Karlova, Nakladatelství Karolinum

Praha 2022

Sazba Vydavatelský servis Plzeň

Vydání první

Monografie byla napsána s finanční podporou projektu GAČR 16-06134S

Slovní úlohy jako klíč k aplikaci a porozumění matematickým pojmům.

© Univerzita Karlova, 2019

Nad'a Vondrová, 2019

ISBN 978-80-246-4516-2

ISBN 978-80-246-4531-5 (online : pdf)



Univerzita Karlova
Nakladatelství Karolinum

www.karolinum.cz
ebooks@karolinum.cz

Obsah

Úvod	9
1 Teoretická východiska výzkumu	15
1.1 Charakteristika slovní úlohy	15
1.1.1 Povaha matematických a jazykových pojmů	16
1.1.2 Terminologie	17
1.2 Model procesu řešení slovních úloh	17
1.3 Některé příčiny žákovských obtíží	19
1.4 Zkoumání jazykové stránky slovních úloh	22
2 Výběr parametrů a tvorba úloh	25
2.1 Způsob analýzy slovních úloh	25
2.2 Parametry zadání slovních úloh	26
2.2.1 Zkušenostní kontext úlohy a způsob zadání	26
2.2.2 Obecné jazykové rysy slovních úloh	27
2.2.3 Matematické parametry	34
2.2.4 Výběr parametrů	37
2.3 Tvorba úloh	37
3 Metodologie	41
3.1 Výběr a popis škol	41
3.2 Rámcová strategie sběru dat	41
3.3 Popis souboru testovaných žáků	43
3.4 Vstupní testování	44
3.4.1 Koncepce vstupních testů	44
3.4.2 Administrace a vyhodnocení vstupních testů a dotazníků	44
3.4.3 Tvorba výkonostně srovnatelných skupin	45
3.5 Rámcová koncepce testů pro hlavní testování	46
3.5.1 Tvorba testových sešitů pro HT1 a HT2	46
3.5.2 Příprava testů na základě výsledků předchozí vlny testování	47
3.5.3 Výběr úloh do jednotlivých testování	48
3.6 Administrace testů	48
3.7 Hodnocení žákovských řešení	48
3.8 Statistické analýzy	49
3.8.1 Využití výsledků vstupního testování	49
3.8.2 Parametrizace úloh hlavního testování	50
3.8.3 Postupy kotvení v IRT analýzách	50
3.8.4 Analýzy úloh napříč testováními a ročníky	51
3.8.5 Statistické testování rozdílů obtížnosti a diskriminace variant úloh	52
3.9 Způsob prezentace výsledků zjišťování rozdílů mezi variantami úloh	52
3.10 Rozhovory s žáky	54
4 Soubor testovaných žáků z hlediska některých charakteristik	57
4.1 Charakteristika žáků škol A až D na základě údajů z dotazníku	57
4.2 Latentní schopnost žáků účastnících se výzkumu	59
4.2.1 Popis manifestních proměnných	59
4.2.2 Vzájemné korelace manifestních proměnných	60
4.2.3 Souvislost latentní schopnosti žáků s manifestními proměnnými u žáků prvních čtyř škol	61
4.3 Shrnutí	62

5	Zkušenostní kontext	65
5.1	Související výzkum	66
5.1.1	Realita versus matematika	66
5.1.2	Typologie slovních úloh z hlediska kontextu	67
5.1.3	Vztah mezi řešením slovních úloh a problémových situací v reálném životě	68
5.1.4	Realita: motivační, nebo kognitivní efekt?	70
5.1.5	Obeznamenosť se sférami reálného života a vztah řešení matematických a reálných problémů – výsledky dotazníku	71
5.2	Popis použitých úloh	73
5.3	Výsledky	74
5.3.1	Skupina úloh se sci-fi a fantasy kontextem	74
5.3.2	Skupina úloh s politicko-ekonomickým kontextem	80
5.3.3	Skupina úloh o součtu tras: diskuse s úlohou TIMSS	83
5.3.4	Skupina úloh o směsích	84
5.3.5	Skupina úloh s konceptuálním a procesuálním zadáním	85
5.3.6	Skupina nezařazených úloh	88
5.4	Diskuse a závěr	90
6	Nadbytečné informace v zadání slovní úlohy (délka textu)	93
6.1	Související výzkum	94
6.2	Popis použitých úloh	96
6.3	Výsledky	98
6.3.1	Nadbytečné informace na začátku zadání	98
6.3.2	Nadbytečné informace uvnitř zadání	100
6.3.3	Vysvětlující text	106
6.3.4	Úlohy s nadbytečným numerickým údajem	110
6.4	Diskuse a závěr	120
6.4.1	Parametr nadbytečné informace	120
6.4.2	Parametr nadbytečný numerický údaj	121
7	Verbální a neverbální složka zadání slovní úlohy	123
7.1	Související výzkum	123
7.2	Popis použitých úloh	125
7.3	Výsledky	126
7.3.1	Vyjádření čísel	126
7.3.2	Ilustrační obrázek	128
7.3.3	Ilustrační či reprezentační obrázek s reduplikovanou informací	130
7.3.4	Informační obrázek	133
7.3.5	Řešitelský obrázek	145
7.3.6	Řešitelské využití zadaných obrázků a spontánní kreslení obrázků vlastních	150
7.4	Diskuse a závěr	154
8	Jazyková explicitnost zadání slovní úlohy	157
8.1	Související výzkum	157
8.1.1	Přítomnost modálního výrazu, pořadí údajů ve větě (funkční větná per- spektiva), explicitní vyjádření celku	157
8.1.2	Nepravá implikace	158
8.1.3	Okazionalismy	159
8.1.4	Ustálenost	160
8.2	Popis použitých úloh	160
8.2.1	Přítomnost modálního výrazu, pořadí údajů ve větě (funkční větná per- spektiva), explicitní vyjádření celku	160
8.2.2	Nepravá implikace	161
8.2.3	Okazionalismy	162
8.2.4	Ustálenost	162
8.3	Výsledky	163

8.3.1	Přítomnost modálního výrazu, pořadí údajů ve větě (funkční větná perspektiva), explicitní vyjádření celku	163
8.3.2	Nepravá implikace	171
8.3.3	Okazionalismy	174
8.3.4	Jazyková ustálenost	175
8.3.5	Další projevy explicitnosti a implicitnosti textu	183
8.4	Závěr	186
9	Pořadí informací v zadání slovní úlohy	189
9.1	Související výzkum	189
9.2	Popis použitých úloh	190
9.3	Výsledky	192
9.3.1	Výsledky podle charakteru zadání úlohy	192
9.3.2	Pořadí informací v zadání a známost kontextu	194
9.3.3	Pořadí informací v zadání a volba základní neznámé	206
9.4	Diskuse a závěr	207
10	Návodnosti	209
10.1	Související výzkum	209
10.2	Popis použitých úloh	211
10.2.1	Návodnost dobrých triád (návodnost na rovině matematické struktury)	211
10.2.2	Návodnost vazby (návodnost na rovině sémantické struktury)	212
10.3	Výsledky	214
10.3.1	Návodnost dobrých triád (návodnost na rovině matematické struktury)	214
10.3.2	Správná návodnost vazby: úlohy bez antisignálu	216
10.3.3	Správná návodnost vazby: úlohy s antisignálem	221
10.3.4	Správná návodnost vazby: bez antisignálu vs. s antisignálem	224
10.3.5	Shrnutí kvalitativní analýzy chyb u úloh s antisignálem	233
10.3.6	Falešná návodnost vazby	234
10.4	Diskuse a závěr	237
10.4.1	Návodnost dobrých triád (návodnost na rovině matematické struktury)	237
10.4.2	Návodnost vazby (návodnost na rovině sémantické struktury)	238
11	Operátor a přítomnost stavu	241
11.1	Související výzkum	241
11.2	Popis použitých úloh	243
11.3	Výsledky	245
11.4	Diskuse a závěr	257
12	Slovní úlohy s antisignálem	261
12.1	Související výzkum	261
12.2	Popis použitých úloh	264
12.3	Výsledky	267
12.3.1	Antisignál a operátorové úlohy	271
12.3.2	Antisignál a nadbytečný numerický údaj	274
12.3.3	Antisignál a návodnosti	278
12.4	Diskuse a závěr	282
13	Proporční a aditivní uvažování, úměrnosti	285
13.1	Související výzkum	286
13.1.1	Proporční versus aditivní situace	286
13.1.2	Úměrnosti	287
13.1.3	Typ poměru	288
13.2	Popis použitých úloh	289
13.2.1	Úlohy proporční versus aditivní	289
13.2.2	Úlohy typu úměrnosti	292
13.2.3	Způsob vyhodnocování dat	294

13.3	Výsledky	295
13.3.1	Rozdíly v obtížnosti mezi aditivní a proporční variantou	295
13.3.2	Vliv přítomnosti informace o typu úměrnosti v zadání úlohy	303
13.3.3	Záměny struktury úlohy	306
13.3.4	Vliv typu poměru	312
13.4	Diskuse a závěr	314
13.4.1	Aditivní a proporční uvažování	314
13.4.2	Úměrnosti	316
14	Shrnutí výsledků výzkumu	317
14.1	Vliv zkoumaných parametrů na obtížnost slovní úlohy	317
14.1.1	Zkušební kontext	317
14.1.2	Přítomnost nadbytečných informací (délka textu)	318
14.1.3	Verbální a neverbální složka zadání slovní úlohy	319
14.1.4	Jazyková explicitnost zadání slovní úlohy	319
14.1.5	Pořadí informací v zadání slovní úlohy	320
14.1.6	Návodnosti	320
14.1.7	Operátor a přítomnost stavu	321
14.1.8	Antisignál	322
14.1.9	Proporční a aditivní uvažování a úměrnosti	322
14.1.10	Kombinace parametrů	323
14.2	Omezení výzkumu a jeho možné pokračování	324
15	Didaktické důsledky výzkumu	327
	Summary	331
	Literatura	333
	Jmenný rejstřík	349
	Rejstřík	353
	Seznam zkratk	357
	Přílohy	359
1	Příklad přiřazení úloh do testových sešitů (HT3)	359
2	Příklad testového sešitu pro 5. ročník z HT3	361
3	Příklad dotazníku pro žáky 5. ročníku	363
4	Zadání úloh použitých v testováních	369

Úvod

Slovní úlohy tvoří neopominutelnou součást matematiky už od starověku. Byly a jsou využívány jako názorná ukázka skutečnosti, že zvládnutí matematických operací, získávané ve výuce matematiky od raného školního věku, může být pomůckou pro porozumění okolní realitě, zejména však může sloužit jako nástroj pro řešení praktických životních situací a úkolů. Měly by mj. dokazovat, že znalost a zvládnutí matematiky je užitečnou a využitelnou schopností, přinejmenším v tom okruhu témat, která se probírají na základní, resp. nižší střední škole. Uvědomění si vztahu školních úloh k praktickému životu by mělo žáky motivovat ke snaze matematickým pojmům a operacím porozumět, jednoduše z toho důvodu, že je to pro jejich budoucí praktický život potřebné. (Stranou samozřejmě nezůstávají obecně formativní cíle výuky matematiky.) Právě důraz na aplikaci matematických poznatků, která má být prostřednictvím slovních úloh ukázána, by měl fungovat jako podpůrný (motivační) prostředek jejich porozumění. Dodejme, že v úlohách samých je tento aplikační důraz někdy posílen užitím názorných doprovodných vyobrazení, tj. neverbálního vyjádření.

Ohledy na praktickou využitelnost matematických znalostí se zejména v nižších třídách zvyrazňují využíváním témat žákům blízkých; také v užívaných učebnicích a příručkách je zřejmá snaha žáky pro řešení slovních úloh zaujmout. Nicméně slovní úlohy nejsou mezi žáky příliš populární, a to dlouhodobě (Rakušanová, 1957; Novotná, 2000).¹ Jedním z hlavních důvodů jsou kognitivní nároky, které slovní úloha na žáky klade, totiž nutnost zpracovat významy zadané v jednom kódovacím systému (verbálně popsat situaci a činnosti prostředky přirozeného jazyka, spoléhat se při tom na mimojazykovou zkušenost a na intuitivní znalost vztahů mezi pojmovými obsahy lexikálních jednotek) a následně jej převést do systému jiného (vytvořit matematický model reprezentovaný matematickými pojmy/symboly a nadále operovat jen s ním; číselný výsledek je dále nutné převést do slovního vyjádření). Pro řešení slovní úlohy navíc zpravidla neexistuje předem daný algoritmus řešení (s výjimkou úloh, které lze zařadit do určitého typu, např. na přímou úměrnost či na pohyb).

Od prvotních předpokladů, že obtížnost slovní úlohy je dána její matematickou strukturou, se zhruba od 70. let 20. století výzkumná pozornost posunula i do oblastí dalších, často i nematematických charakteristik slovní úlohy. Proto bylo cílem výzkumu, jehož výsledky prezentuje tato kniha, přinést další vhled právě do problematiky různých aspektů participujících na výstavbě slovní úlohy. Zajímalo nás, které prvky a jakým způsobem se podílejí na míře obtížnosti slovní úlohy. Konkrétně jsme chtěli zjistit, jak její obtížnost, a tím i úspěšnost žákova řešení ovlivňují některé z jazykových, matematických či kontextových charakteristik úlohy, které v knize nazýváme parametry. K tomu účelu jsme vytvořili úlohy, každou v několika variantách, které se lišily jedním či dvěma parametry. Ty jsme zadávali výkonnostně vyrovnaným skupinám žáků 3. až 9. ročníku základní školy.

Rámcově lze náš výzkum rozdělit do šesti vln testování, v nichž žáci řešili slovní úlohy. Po zadání vstupních testů z matematiky a českého jazyka byly na čtyřech školách realizovány celkem čtyři vlny testování a na dvou dalších školách celkem dvě. Tím jsme od cca 3 300 žáků získali téměř 11 000 vyplněných testových sešitů, každý po čtyřech až šesti

¹U našeho výzkumného vzorku však situace tak jednoznačná není (viz oddíl 4.1).

slovních úlohách, které bylo třeba vyhodnotit z hlediska úspěšnosti řešení i přítomnosti sledovaných jevů.

Pro získání představy o náplni výzkumu zde uvedeme přehled zkoumaných parametrů:²

- *Zkušební kontext* (obeznámenost žáků s kontextem úlohy, kap. 5)
- *Nadbytečné informace* v zadání úlohy (včetně přítomnosti nadbytečného numerického údaje, kap. 6)
- *Verbální a neverbální složka zadání* slovní úlohy (např. vliv přítomnosti různých druhů obrázků, kap. 7)
- *Jazyková explicitnost* zadání slovní úlohy (např. přítomnost modálního výrazu, jazyková ustálenost, kap. 8)
- *Pořadí informací* v zadání slovní úlohy (kap. 9)
- *Návodnost* (návodnost čísel a návodnost vazby mezi objekty pojmenovanými v úloze, kap. 10)
- *Operátor a přítomnost stavu* (kap. 11)
- *Antisignál* (tedy slovo/slova vedoucí k opačné operaci, než vyžaduje správné řešení) (kap. 12)
- *Proporční a aditivní uvažování a úměrnosti* (kap. 13)

Z některých z těchto parametrů vyjímáme ještě dílčí parametry (např. parametr *úměrnosti* zahrnuje i parametr *typ poměru*).

Výrazným rysem našeho výzkumu je *multioborovost týmu*. Na výzkumu se podíleli odborníci z oblasti didaktiky matematiky, lingvistiky, psychologie a pedagogiky. To nám umožnilo zkoumat slovní úlohy z rozličných hledisek a v knize je postupně představíme.

Rámec výzkumu představuje první kapitola, která se zabývá *teoretickými východiský*. Uvádíme, k jakému vymezení slovní úlohy se přikláníme, a stručně pojednáváme i o historii výzkumu slovních úloh.³ Důraz klademe na podrobné pojednání o jazykové složce slovních úloh a o jejím vztahu k matematické struktuře úloh, neboť v tomto aspektu pokládáme náš výzkum za inovativní a první svého druhu v České republice. Konečně se zabýváme též různými modely, které popisují průběh řešení slovních úloh, a některými strategiemi, pomocí kterých žáci slovní úlohy řeší. V obou případech vycházíme nejen z didakticko-matematické literatury, ale také z literatury psychologické, v níž jsou slovní úlohy často zkoumány, a z literatury lingvistické a pedagogické.

Naši snahou bylo mj. sjednotit terminologii v oblasti slovních úloh, která je v předmět-ných disciplínách do jisté míry roztržštěná. Jednotné vymezení pojmů nám umožnilo jejich účelné využití v celé knize pro popsání dosažených výsledků pro jednotlivé parametry.

Ve druhé kapitole podrobně popisujeme, jak jsme postupovali při *výběru a identifikaci parametrů*, jejichž vliv na obtížnost slovních úloh jsme posléze zkoumali. Výběr byl založen na systematické analýze konkrétních slovních úloh, s nimiž se čeští žáci setkávají v učebnicích a různých testech, doplněné studiem odborné literatury zkoumající vliv různých charakteristik úlohy na úspěšnost jejího řešení. Takto jsme dospěli k velkému počtu potenciálně důležitých parametrů, které jsme pro potřeby prezentace v knize sdružili do

²Názvy parametrů budeme pro přehlednost psát kurzívou.

³Naopak se nezabýváme historií samotných slovních úloh, byť se jedná o zajímavou problematiku.

větších skupin. Už z povahy věci, tedy z faktu, že slovní úloha se skládá z jazykové a matematické vrstvy, plyne, že tyto skupiny nejsou disjunktní, navzájem se překrývají. Ze seznamu identifikovaných parametrů jsme postupně vybírali ty, které jsme se z různých důvodů, které budou rozvedeny v dalším textu, rozhodli blíže prozkoumat. K tomu bylo nutné vytvořit varianty úloh, které se budou lišit právě jen v jednom zvoleném parametru, jenž mohl být v rámci úlohy různě kombinován s parametrem jiným. Tento nelehký úkol popisuje oddíl 2.3 věnovaný tvorbě testových úloh.

Třetí kapitola detailně představuje *metodologii* našeho výzkumu, která dává čtenáři možnost nahlédnout do procesu získávání výzkumného souboru žáků, dat i jejich interpretace. Do výzkumu jsme postupně zapojili šest pražských škol, a to od 3. do 9. ročníku. Protože se nesnažíme podávat zprávu o tom, jak čeští žáci řeší slovní úlohy, ale naším primárním cílem je zjistit, jak který parametr změní obtížnost slovní úlohy, nebylo třeba získat náhodný vzorek žáků z celé České republiky. Nicméně kladli jsme důraz na dostatečnou heterogenitu souboru žáků, která je blíže popsána v oddíle 3.1.

Z oblasti metodologie zdůrazníme zejména způsob zpracování analýz získaných dat. Na rozdíl od klasické teorie testů, která pracuje s průměrnou úspěšností skupiny žáků, my jsme pracovali metodou Item Response Theory (dále jen IRT), která disponuje propracovanější metodikou zohledňující kognitivní úroveň každého žáka. Algoritmy výpočtů postavené na vhodné skladbě testových sešitů a jejich administraci nám umožnily propojit výsledky vstupních testů z matematiky a českého jazyka s výsledky testů z jednotlivých vln testování. Tím jsme lépe odstínilí případný efekt heterogenity skupin žáků řešících vždy určitou variantu úlohy, než by tomu bylo, pokud bychom pro rozdělení do skupin použili jen výsledky vstupních testů. Konečně IRT přináší podrobnější vhled do rozdílů v obtížnosti úloh než klasická teorie testů. Protože IRT je poměrně komplikovaná, věnovali jsme jejímu konkrétnímu použití v našem výzkumu v metodologické kapitole velkou pozornost (oddíl 3.8).

Důležitým rysem výzkumu zpracovaného v této knize je jeho smíšený design. Výzkum je sice primárně kvantitativní, ovšem jeho výsledky jsou interpretovány též kvalitativně, a to jednak pomocí analýzy písemných žákovských řešení (např. z hlediska použitých strategií řešení či přítomnosti chyb) a jednak s oporou o kvalitativní data získaná z polostrukturovaných rozhovorů s žáky. Rozhovory nám umožnily do jisté míry vysvětlit někdy překvapivé vlivy některých parametrů i jevy, které jsme sledovali v písemných řešeních žáků.

Díky podrobnému popisu procesu výzkumu ve třetí kapitole se budeme moci v dalších kapitolách vyjadřovat už stručněji s předpokladem, že čtenář si je metodologických charakteristik výzkumu vědom. Pro pochopení našich závěrů je nezbytný dobrý vhled do prezentace výsledků, kterou vysvětlujeme v oddíle 3.9. Výsledky budou totiž v dalších kapitolách prezentovány prostřednictvím tabulek a IRT grafů, které již nebudou znovu vysvětlovány.

Čtvrtá kapitola přináší zprávu o *výzkumném souboru žáků* z pohledu informací, které jsme o nich zjistili na základě dotazníků, a zejména z pohledu latentní schopnosti (kognitivní úrovně) žáků. Ta je podrobněji charakterizována prostřednictvím dalších žákovských proměnných, jako jsou pohlaví, prospěch a výsledky ze vstupních testů. K latentní schopnosti žáků jsou vztaheny všechny klíčové výsledky v naší knize, proto je důležité porozumět nejen její operacionalizaci, ale i jejímu vztahu k běžně užívaným manifestním proměnným.

Pátá až třináctá kapitola jsou věnovány *konkrétním parametrům slovních úloh*, které jsme zkoumali (viz výše). Tyto kapitoly mají vždy stejnou strukturu. V jejich úvodu

zdůvodňujeme výběr daného parametru, poskytujeme jeho širší kontext a vymezujeme pojmy, které jsou pro něj specifické. V prvním číslovaném oddíle kapitol jsou stručně shrnuty výsledky zkoumání daného parametru, a to zejména v zahraničním výzkumu⁴ (pokud existuje – např. některé jazykové rysy typické pro češtinu přirozeně zahraniční výzkumy neevidentují). V následujícím oddíle popisujeme, jak jsme vybírali úlohy pro daný parametr. Protože některé parametry zkoumáme mnoha úlohami a chceme se vyhnout dlouhým výčtům zadání, které by narušily tok textu, v příslušném oddíle uvádíme zpravidla jen příklady úloh, přičemž další jsou uvedeny u prezentace výsledků a na další odkazujeme do přílohy 4. V této příloze jsou uvedeny všechny úlohy zadané v testech, které jsme využili pro získání výsledků shrnutých v kapitolách 5 až 13. V samotných kapitolách prezentujeme⁵ především ty, u nichž se nějakým způsobem prokázaly rozdíly, nebo ty, u nichž jsme získali výsledky hodné pozornosti z jiného hlediska. Pro přehlednost uvádíme u zadání i výsledek úlohy.

Zde je na místě poznámka o zdrojích úloh, které jsme použili ve výzkumu. Určení autorství úloh v matematice je obecně komplikované. Některé jsou opakovaně používány autory učebnic nebo různých testů, jiné se objeví v internetových zdrojích bez udání autora. U některých úloh, které jsme v našem testování použili, můžeme s jistotou říct, odkud jsme některou z jejich variant přebrali, či na základě jaké úlohy jsme naše úlohy modelovali. V takovém případě to je uvedeno přímo u dané úlohy v příslušné kapitole a dále v příloze 4. Někde to však říct nedovedeme. Každá úloha vznikala za mnohých diskusí celého řešitelského týmu a doznala od svého prvního uvedení do diskuse mnoha změn. Pokud tedy není u úlohy uveden její zdroj, jedná se podle našeho nejlepšího svědomí o úlohu, kterou vytvořil či výrazně upravil řešitelský kolektiv. Nemůžeme však vyloučit, že se podobná úloha neobjevuje ještě někde jinde.

Třetí oddíl kapitol 5 až 13 podrobně prezentuje výsledky, k nimž jsme dospěli na základě analýz písemných řešení žáků a jejich zpracování pomocí IRT. Kvantitativní výsledky jsou doplněny výše uvedenými kvalitativními, přičemž oba typy výsledků od sebe neoddelujeme, nýbrž poznatky z rozhovorů s žáky a z písemných žakovských řešení⁶ uvádíme na místě, kde dobře osvětlí kvantitativní poznatky. Konečně poslední oddíl kapitol věnovaných parametrům obsahuje stručné shrnutí výsledků a jejich interpretaci ve světle existujících výzkumů a – podle povahy parametru – ve světle kurikulárních dokumentů či učitelské zkušenosti. Z našich výsledků zpravidla plynou i určité didaktické a výzkumné implikace.

V *závěru knihy* jsou stručně shrnuty výsledky týkající se vlivu jednotlivých parametrů, ale také poznatky jednotlivé parametry přesahující. Tyto poznatky se týkají jevů, které jsme identifikovali v písemných řešeních žáků u úloh napříč parametry či v rozhovorech vedených s žáky nad různými slovními úlohami. Podobně se věnujeme i omezením našeho výzkumu a jeho možnému pokračování. Získaná data jsou totiž natolik bohatá, že jsme z nich využili jen část. Navrhujeme další hlediska, z nichž by se data dala reinterpretovat a doplnit. Konečně shrnujeme a rozpracováváme didaktické důsledky našeho výzkumu formou doporučení pro výuku nejen slovních úloh v matematice, ale také porozumění textu v českém jazyce. Naš výzkum neověřoval didaktické přístupy k výuce slovních úloh,

⁴Pokud je nám známo, systematické zkoumání slovních úloh nebylo v České republice provedeno, existují spíše dílčí studie a zkušenosti sdílené učitelskou obcí.

⁵V úlohách, které řešili žáci, nebyly použity žádné grafické prostředky pro zvýraznění textu. Pokud se v kapitolách grafické prostředky v zadání úloh objevují (např. prostřednictvím kurzívy), tak jen proto, abychom zvýraznili, v čem se zkoumaný parametr v zadání konkrétně projevuje.

⁶Žakovská řešení, která pocházejí z rozhovorů, jsou označena fiktivním křestním jménem žáka spolu s jeho ročníkem. Řešení převzatá z testování je označeno jen ročníkem.

a proto didaktické důsledky vyplývají z našich závěrů jen zprostředkovaně. Nicméně úvahy o možných didaktických přístupech, které by předešly identifikovaným problémům žáků či snížily jejich výskyt, považujeme za nedílnou součást takto široce zaměřeného výzkumu. U didaktických doporučení se proto vedle závěrů, které vyplývají z našich zjištění, opíráme také o existující výsledky výzkumů, které se námi doporučovanými praktikami zabývají.

Závěrem uvedeme několik terminologických poznámek. Termínem (*slovní*) *úloha* označujeme dvojici, trojici či čtveřici *variant*, které se liší jedním nebo dvěma parametry. Výraz *žák* chápeme jako pedagogickou kategorii a označujeme jím žákyně i žáky. Totéž platí v knize i pro termín *řešitel*, *učitel*, *tazatel*, *administrátor* či *opravovatel*, z nichž některé vedle pedagogické kategorie chápeme i jako generické (nepříznakové) maskulinum.⁷ Ve shodě s praxí užívanou v nejnovějších lingvistických publikacích volíme pro ženská zahraniční jména přechýlení s dodanými závorkami (např. „Jak píše Smith(ová) . . .“) (Karlík, Nekula, Pleskalová, eds., 2017). Snažíme se tak ponechat čtenáři možnost jednoznačné identifikace autorky prostřednictvím původní podoby příjmení a zároveň dodat informaci, že jde o ženu. Další pojmové a terminologické otázky jsou popsány v oddíle 1.1.2.

Knihy je určena nejen výzkumníkům z oblasti didaktiky matematiky, ale také lingvistik, pedagogik a pedagogické psycholog. Věříme, že bude přínosná i pro doktorandy těchto oborů. Praktické důsledky našich zjištění mohou být inspirativní i pro učitele matematiky a českého jazyka a tvůrce testů (podrobněji viz v závěru knihy).

⁷ Jelikož v našem výzkumném týmu zřetelně převažovaly ženy, nepokládáme užití generického maskulina za prostředek jazykové marginalizace žen, nýbrž nám slouží prostě jako prostředek jazykové ekonomie (viz komplikující požadavek rodové specifikace, např. *zadavatelé* a *zadavatelky*, či rodové neutralizace, která vede k syntaktické nezřetelnosti, srov. např. *zadávací*, které by oba ztěžovaly plynulost čtení).

Teoretická východiska výzkumu

V této kapitole vymežíme pojem slovní úloha z jazykového, didakticko-matematického a psychologického hlediska a pojednáme o jejích lingvistických a strukturálních charakteristikách. Představíme model řešení slovní úlohy, o který se budeme opírat v dalších kapitolách knihy. V závěru kapitoly pojednáme o problematice možných příčin obtíží žáků při řešení slovních úloh zejména z jazykového hlediska. Obtíže vznikající na základě spíše matematických charakteristik⁸ úloh budou podrobně rozebrány v kap. 6, 9, 11, 12 a 13, proto se jich zde dotkneme jen okrajově.

1.1 Charakteristika slovní úlohy

Slovní úloha je nejobecněji vymezena autorskou intencí vytvořit verbálně zakódovaný, tj. slovně, nikoli matematickými symboly formulovaný úkol pro žáka. Tato intence vede produktora/autora úlohy k začlenění vytvářené slovní úlohy do širšího kontextu dalších, dříve vytvořených matematických úloh, které se zpravidla naplňují inovovaným obsahem. Z psychologického hlediska lze slovní úlohu spatřovat jako specifický typ problému, přičemž problém představuje situaci, která není řešitelná obvyklým způsobem, a její zvládnutí tedy vyžaduje nalezení nového řešení (Sternberg, 2003). V tomto smyslu slovní úlohy nejsou skutečnými problémy, protože jejich řešení obvykle není pro žáky zcela novým postupem. Společný jmenovatel s psychologickou definicí problémů ale je, že ve slovních úlohách musí dojít ke strukturaci prvků problémové situace, z které ihned nebo po restrukturaci vyplyne řešení.

V didaktice matematiky za slovní úlohu někteří autoři (např. Vyšín, 1962) považují jakýkoli slovně formulovaný matematický úkol, tedy např. „Urči takové číslo x , jehož trojnásobek zvětšený o jednu je 73.“ V takových slovních úlohách, i když vyžadují částečný převod popisu matematických operací (*trojnásobek* znamená 3krát, *zvětšený o jednu* znamená +1), je matematický model již předložen a není třeba ho sestavovat.

Většina autorů klade na slovní úlohu podmínku přítomnosti kontextu, např. Divíšek et al. (1989) či Kuřina (1989), podle kterého je ve slovních úlohách „popsána určitá reálná situace“ (s. 61), k níž jsou položeny otázky. Tohoto pojetí se v zásadě držíme i v našem výzkumu. Za slovní úlohu považujeme takovou úlohu, která obsahuje nějaký kontext (který může být reálný, pseudo-reálný či imaginární) a v níž jsou některé numerické údaje dány a jiné se hledají. Úloha obsahuje jeden nebo více úkolů (ve formě otázek nebo imperativních vět), které lze splnit za pomoci těchto numerických údajů, vztahů mezi nimi, které řešitel vyvodí ze zadání, a řešitelových znalostí a zkušeností, včetně mimoškolních. Úkolem žáka je situaci/příběh matematizovat, tj. (a) určit, které prvky budou vyjádřeny matematickými symboly, (b) zjistit, jakou, resp. jaké operace bude nutné s těmito prvky provádět a v jakém pořadí, aby bylo nalezeno řešení problému (adekvátní odpověď na položenou otázku). Řešení je následně třeba ověřit, protože mnohé slovní úlohy sugerují více možností matematizace, kdy tvůrce úlohy vědomě postupuje opačným směrem, než očekává od žáka, který bude úlohu řešit.

⁸Hranice mezi parametry není ostrá. Např. parametr *antisignál* či *pořadí informací* můžeme vidět jako matematický i jazykový.